

Pokročilejší metody statistické regulace procesu



- Alternativy k Shewhartovým regulačním diagramům
- Ověřování předpokladů
- Praktické aspekty SPC
- Diagramy pro vysoce způsobilé procesy
- Vícerozměrné regulační diagramy
- Hodnocení způsobilosti a výkonnosti procesu



Pokročilejší metody statistické regulace procesu



*Nakladatelství děkuje za podporu při vydání knihy
společnosti Versa Systems s.r.o.*

www.versasys.cz



Doc. Ing. Eva Jarošová, CSc.
Prof. Ing. Darja Noskievičová, CSc.

Pokročilejší metody statistické regulace procesu

Kniha je monografie

Vydala Grada Publishing, a.s.
U Průhonu 22, 170 00 Praha 7
tel.: +420 234 264 401, fax: +420 234 264 400
www.grada.cz
jako svou 6075. publikaci

Autorský kolektiv:

Doc. Ing. Eva Jarošová, CSc. – autorka kapitol 2, 4, 10–12 a oddílů 5.1, 5.4, 8.5–8.7, 9.5
Prof. Ing. Darja Noskievičová, CSc. – autorka kapitol 1, 3, 6, 7 a oddílů 5.2, 5.3, 8.1–8.4, 9.1–9.4

Odborná recenze:

Prof. RNDr. Gejza Dohnal, CSc.
Prof. Ing. Milan Terek, PhD.

Vydání odborné knihy schválila Vědecká redakce nakladatelství Grada Publishing, a.s.

Odpovědný redaktor PhDr. Milan Pokorný
Grafická úprava a sazba Milan Vokál
Návrh a zpracování obálky Jan Dvořák
Počet stran 296
První vydání, Praha 2015
Vytiskla tiskárna PowerPrint, s.r.o., Praha

© Grada Publishing, a.s., 2015
Cover Photo © fotobanka allphoto

ISBN 978-80-247-5884-8 (pdf)
ISBN 978-80-247-5355-3 (print)

Upozornění pro čtenáře a uživatele této knihy

Všechna práva vyhrazena. Žádná část této tištěné či elektronické knihy nesmí být reprodukována a šířena v papírové, elektronické či jiné podobě bez předchozího písemného souhlasu nakladatele. Neoprávněné užití této knihy bude trestně stíháno.

Obsah

O autorkách	11
Úvod	12
Cíl publikace	12
Stručně k tématu	12
Struktura publikace	13
Metodika	14
1. Podstata statistické regulace procesu	16
1.1 Základní charakteristika klasického regulačního diagramu	18
1.2 Riziko falešného a chybějícího signálu	20
1.2.1 Výpočet rizika α pro regulační diagram Shewhartova typu pro průměry	21
1.2.2 Výpočet rizika β pro regulační diagram pro průměry	22
1.3 Aplikace regulačního diagramu	23
1.4 Hodnocení účinnosti regulačního diagramu	24
1.4.1 ARL pro klasické Shewhartovy regulační diagramy	24
1.4.2 Křivka ARL	25
1.4.3 Operativní charakteristika regulačního diagramu	26
Literatura	27
2. Předpoklady statistických metod a typy procesů	28
2.1 Předpoklad normality	28
2.1.1 Testy normality	29
2.1.2 Grafické metody	30
2.1.3 Rozhodování o platnosti předpokladu	32
2.2 Nezávislost	38
2.2.1 Testy náhodnosti	39
2.2.2 Testy autokorelace	42
2.3 Shoda středních hodnot	44
2.4 Shoda rozptylů	44
2.5 Testy odlehlých pozorování	45
2.6 Typy procesů	45
2.6.1 Procesy typu A	46
2.6.2 Procesy typu B	47
2.6.3 Procesy typu C	47
2.6.4 Procesy typu D	49
Literatura	49
3. Praktické aspekty implementace SPC	51
3.1 Etapy statistické regulace procesu	51

3.1.1	Přípravná etapa	51
3.1.2	Etapa zabezpečení statisticky zvládnutého procesu	52
3.1.3	Etapa analýzy a zabezpečení způsobilosti procesu	53
3.1.4	Etapa dlouhodobé regulace procesu	53
3.2	Tvorba logických podskupin	53
3.3	Velikost výběru a kontrolního intervalu	56
3.4	Volba regulačního diagramu	59
	Literatura	62
4.	Regulační diagramy s asymetrickými mezemi	63
4.1	Konstrukce pravděpodobnostních mezí	64
4.2	Transformace	68
	Literatura	73
5.	Diagramy pro procesy typu C	75
5.1	Diagram s rozšířenými mezemi	75
5.1.1	Diagram s pásmem pro střední hodnotu	76
5.1.2	Regulační meze jako hranice kolísání průměrů	79
5.2	Modifikovaný regulační diagram	80
5.2.1	Stanovení intervalu přípustné fluktuace střední hodnoty	80
5.2.2	Stanovení regulačních mezí	81
5.2.3	Postup aplikace modifikovaného regulačního diagramu	83
5.3	Přejímací regulační diagram	86
5.3.1	Návrh přejímacího regulačního diagramu	86
5.3.2	Postup při aplikaci přejímacího regulačního diagramu	90
5.4	Proces s trendem	92
5.4.1	Využití modifikovaného diagramu	93
5.4.2	Zjednodušený přejímací diagram	96
5.4.3	Rozšířené meze	96
5.4.4	Regresní regulační diagram	96
	Literatura	100
6.	Regulační diagramy pro procesy s nízkým stupněm opakovatelnosti a s krátkými výrobními cykly	102
6.1	Postupy pro schválení nastavení procesu	102
6.1.1	Předregulace	103
6.1.2	Wheelerova metoda	104
6.2	Sdružování dat	104
6.2.1	Cílové regulační diagramy	105
6.2.2	Standardizované regulační diagramy	109
6.3	Samostartovací metody	115
6.3.1	Metody založené na úpravě regulačních mezí	115
6.3.2	Q diagramy	117
6.4	Regulace vstupních parametrů	120
	Literatura	120

7. Regulační diagramy pro vzájemně závislá data	122
7.1 Metoda prodloužení kontrolního intervalu	123
7.2 Přístup založený na modelech časových řad	125
7.2.1 Regulační diagramy pro rezidua modelů ARIMA	125
7.2.2 Aproximační postup založený na využití statistiky EWMA	132
7.2.3 Dynamický diagram EWMA	133
7.2.4 Přístup založený na modifikaci regulačních mezí	135
7.3 Přístup bez použití modelu	139
Literatura	144
8. Regulační diagramy CUSUM	146
8.1 Princip metody CUSUM	146
8.2 Diagram CUSUM pro regulaci střední hodnoty procesu	147
8.2.1 Princip a aplikace rozhodovací masky	148
8.2.2 Diagram CUSUM s rozhodovacími mezemi	150
8.2.3 Standardizovaný CUSUM	153
8.2.4 Vlastnosti diagramu CUSUM	153
8.2.5 Návrh diagramu CUSUM s rozhodovacími mezemi	157
8.2.6 FIR CUSUM	160
8.2.7 Zlepšení detekce větších odchylek	163
8.2.8 Aplikace diagramu CUSUM s rozhodovacími mezemi	163
8.3 Nesplněné předpoklady	164
8.3.1 Postup při porušení normality	164
8.3.2 Postup při nepřesném odhadu parametrů procesu	165
8.3.3 Řešení autokorelace	167
8.4 CUSUM pro regulaci inherentní variability procesu	168
8.5 CUSUM pro počet neshod	169
8.6 Diagram CUSUM pro počet neshodných	172
8.7 Diagramy CUSUM pro řídké jevy	175
Literatura	175
9. Diagramy EWMA	178
9.1 Základní charakteristika diagramu EWMA	178
9.2 Diagram EWMA pro regulaci střední hodnoty procesu	179
9.2.1 Vlastnosti diagramu EWMA	182
9.2.2 Navrhování optimálního diagramu EWMA	183
9.2.3 FIR EWMA	187
9.2.4 Kombinované schéma Shewhart – EWMA	188
9.3 Postupy při nesplnění předpokladů o datech	188
9.3.1 Nesplnění normality dat	188
9.3.2 Autokorelace dat	188
9.3.3 Vliv chyb při odhadech parametrů	189
9.4 EWMA pro variabilitu	190
9.5 EWMA pro počet neshod	190
Literatura	192

10. Diagramy pro vysoce způsobilé procesy (atributivní znaky)	195
10.1 Diagram CCC	196
10.1.1 Popis diagramu	196
10.1.2 Vlastnosti diagramu CCC	199
10.1.3 Konstrukce diagramu CCC	201
10.2 Diagram CCC-r	202
10.2.1 Popis diagramu	203
10.2.2 Vlastnosti diagramu CCC-r	205
10.2.3 Konstrukce diagramu	205
10.3 Diagram CCC-CUSUM	206
10.3.1 Popis diagramu	206
10.3.2 Vlastnosti diagramu CCC-CUSUM	208
10.3.3 Konstrukce diagramu	209
10.4 Diagram CCC-EWMA	210
10.4.1 Popis diagramu	210
10.4.2 Vlastnosti diagramu CCC-EWMA	212
10.4.3 Konstrukce diagramu CCC-EWMA	213
10.5 Diagram CCC-r EWMA	214
10.6 Diagram CQC	216
Literatura	219
11. Regulační diagramy pro vícerozměrná pozorování	222
11.1 Odhad charakteristik vícerozměrného rozdělení	223
11.1.1 Výběr podskupin	223
11.1.2 Individuální pozorování	224
11.2 Hotellingův diagram T^2	224
11.2.1 Popis diagramu pro podskupiny	225
11.2.2 Interpretace regulačního diagramu	227
11.2.3 Popis diagramu pro individuální pozorování	230
11.3 Diagram pro monitorování variability	234
11.4 Vícerozměrné diagramy CUSUM	236
11.4.1 Simultánní schéma CUSUM	236
11.4.2 Vícerozměrný diagram CUSUM (MCUSUM)	238
11.5 Vícerozměrný diagram EWMA (MEWMA)	239
11.5.1 Popis diagramu	239
11.5.2 Vlastnosti diagramu MEWMA	240
11.5.3 Volba parametrů	240
Literatura	243
12. Analýza způsobilosti a výkonnosti procesu	246
12.1 Přípustná a přirozená variabilita	248
12.2 Podíl neshodných	248
12.3 Ukazatele způsobilosti pro normální rozdělení	249
12.3.1 Ukazatel způsobilosti C_p	249
12.3.2 Ukazatele C_{pkU} , C_{pkL}	251
12.3.3 Ukazatel C_{pk}	252

12.3.4	Odhad ukazatelů způsobilosti	253
12.3.5	Ukazatele obsahující cílovou hodnotu	255
12.4	Ukazatele způsobilosti pro jiná rozdělení	257
12.4.1	Kvantilová metoda	257
12.4.2	Neparametrické metody	259
12.4.3	Transformace	260
12.4.4	Metoda založená na podílu neshodných	261
12.5	Ukazatele výkonnosti procesu	264
12.5.1	Ukazatele pro normální rozdělení	264
12.5.2	Výkonnost procesů typu C	265
12.6	Ukazatele způsobilosti pro krátké série	270
12.6.1	Transformace původních pozorování	270
12.6.2	Konstrukce konfidenčních mezí	271
12.7	Způsobilost procesu s autokorelací	272
12.7.1	Využití výběrové autokorelační funkce	273
12.7.2	Využití modelu časové řady	275
12.8	Vícerozměrné ukazatele způsobilosti	276
12.8.1	Aritmetický průměr jednorozměrných ukazatelů	277
12.8.2	Využití hlavních komponent	278
12.9	Postup při analýze způsobilosti	280
12.9.1	Krátkodobá způsobilost, způsobilost stroje	280
12.9.2	Předběžná způsobilost	281
12.9.3	Dlouhodobá způsobilost	282
	Literatura	282
	Summary	286
	Rejstřík	287

O autorkách

Doc. Ing. Eva Jarošová, CSc.

Eva Jarošová je absolventkou Fakulty elektrotechnické ČVUT, kde v oboru technická kybernetika získala též titul kandidáta věd. Původně pracovala ve Výzkumném ústavu pro stavbu strojů v Běchovicích v oddělení pro spolehlivost energetických zařízení, v letech 1991–2012 působila na Katedře statistiky a pravděpodobnosti na Fakultě informatiky a statistiky Vysoké školy ekonomické. V roce 2004 byla jmenována docentkou pro obor statistika. V současné době učí ve ŠKODA AUTO Vysoké škole. Je místopředsedkyní odborné skupiny pro statistické metody České společnosti pro jakost a členkou komise TNK 4 Úřadu pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví. Její zájmy se soustředí do oblasti statistických metod řízení jakosti, speciálně statistické regulace procesu a navrhování experimentů. Je autorkou dvou publikací věnovaných navrhování experimentů a spoluautorkou dvou knih o statistických metodách.



Prof. Ing. Darja Noskievičová, CSc.

Po absolvování doktorského studia v letech 1984–1985 pracovala jako programátorka odboru nákupu v n. p. NHKG Ostava-Kunčice. Od roku 1993 působí na Katedře managementu kvality (dříve kontroly a řízení jakosti) na FMMI VŠB-TU Ostrava, kde vyučuje předměty zaměřené na aplikaci statistických metod v managementu kvality a na management procesů. Aktivně spolupracuje s podnikovou sférou, zejména ve formě výuky v rámci postgraduálních a specializačních kurzů. V letech 1994–2011 působila jako členka Akreditovaného certifikačního místa Domu techniky Ostrava. Dlouhodobě se aktivně zapojuje do práce ČSJ – v posledních letech zejména jako členka odborné skupiny pro statistické metody. Je členkou TNK 4 při Úřadu pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví Praha. Ve své pedagogické a vědeckovýzkumné práci se zaměřuje na aplikace statistických metod v oblasti řízení kvality, především na problematiku komplexního přístupu ke statistické regulaci procesu. Dále se zabývá problematikou moderních manažerských přístupů (Six Sigma, Lean, Agile). Je spoluautorkou pěti monografií.



Úvod

Cíl publikace

Publikace realizuje záměr prezentovat současný stav poznání v oblasti aplikačně přínosných statistických metod řízení kvality, konkrétně v části týkající se statistické regulace procesu (*statistical process control* – SPC) a analýzy jeho způsobilosti, resp. výkonnosti. Monografie je zaměřena na postupy, které umožňují účinnou regulaci procesu v nových podmínkách výroby a nahrazují tak z různých důvodů nevyhovující klasické Shewhartovy diagramy. Ucelený přehled těchto metod v publikované odborné literatuře dosud chyběl.

Cílem publikace je přiblížit různé metody SPC a navazující způsoby výpočtu ukazatelů hodnotících způsobilost nebo výkonnost procesu s důrazem na předpoklady jejich aplikace. Kromě výkladu vlastních metod jsou proto zahrnuty i metody ověřování těchto předpokladů a praktické aspekty SPC. Zařazené metody SPC představují klasický statistický přístup a jsou v praxi realizovatelné pomocí běžného statistického softwaru.

Stručně k tématu

Statistická regulace procesu se v průmyslové praxi uplatňuje poměrně často. Regulační diagramy představují jednoduchý a účinný prostředek, jak porozumět sledovanému procesu. Od roku 1924, kdy W. Shewhart z americké firmy Bell Telephone Laboratories sestavil první regulační diagram a ukázal, že sledováním chování procesu prostřednictvím malých vzorků odebíraných v průběhu výroby lze předejít vzniku problémů s kvalitou, se však v průmyslové výrobě mnohé změnilo a stále častěji se setkáváme s případy, kdy aplikace klasických Shewhartových diagramů účinná není.

Jedním z důvodů je automatizované měření a následné vyhodnocování individuálních hodnot, při němž se může více projevit vliv odchýlení od předpokladů, z nichž Shewhartův diagram vychází. V podmínkách agilní výroby, pro kterou je typické velké množství různých produktů vyráběných v malých výrobních sériích, brání aplikaci klasického postupu nedostatečný počet měření. Problémy nastávají také u procesů s vysokou hodnotou ukazatele způsobilosti. Překročení regulačních mezí Shewhartova diagramu není v těchto případech možno automaticky považovat za signál k hledání zvláštní příčiny, protože další odstraňování příčin se po dosažení daného stupně kvality jeví jako neekonomické.

Právě v souvislosti se zvyšující se způsobilostí procesů se mění chápání statisticky zvládnutého procesu nebo tzv. procesu pod kontrolou. Za vyhovující se považuje nejen proces, jehož charakteristiky polohy a variability jsou v čase konstantní, ale připouští se i určité kolísání těchto charakteristik v průběhu času. U vysoce způsobilých procesů se sledováním atributivním znakem se z důvodu řídkého výskytu neshodných jednotek nebo neshod přechází na sledování jiného znaku, než je počet nebo podíl neshodných jednotek či počet neshod.

Po Shewhartových diagramech a v padesátých letech navržených diagramech CUSUM a EWMA vznikla řada dalších diagramů, např. diagramy založené na modelování okamžiku změny. Kromě metod využívajících klasický statistický přístup existují metody založené na bayesovském přístupu nebo na fuzzy přístupu.

V posledních letech se stalo běžným hodnocení způsobilosti či výkonnosti procesu prostřednictvím různých ukazatelů. Protože hodnocení způsobilosti souvisí se statistickou regulací procesu, objevila se i v této oblasti řada nových způsobů výpočtu ukazatelů způsobilosti, resp. výkonnosti.

Na českém knižním trhu dosud chyběla publikace, která by poskytla rozsáhlejší přehled nejružnějších regulačních diagramů. Cílem autorek bylo napsat knihu, která by posloužila nejen pracovníkům z oblasti řízení kvality a seznámila je s různými modifikacemi či alternativami klasických regulačních diagramů a jejich aplikací, ale která by současně umožnila odborné veřejnosti detailnější pohled na danou problematiku. Pozornost je věnována především alternativám Shewhartových diagramů; předpokládá se, že čtenář je s různými typy Shewhartových diagramů již seznámen. Byly sem zařazeny metody, které jsou v praxi skutečně použitelné a které jsou buď již implementovány ve známých statistických softwarových produktech, nebo jsou realizovatelné pomocí dostupného statistického softwaru.

Aby nebyla narušena plynlost výkladu, jsou matematická odvození v knize omezena na minimum, v některých případech jsou dokonce uvedena jen v příloze na webu. Ze stejného důvodu jsou odkazy na další související práce často umístěny ve formě poznámek na konci oddílů či kapitol. S ohledem na použití v praxi jsou v knize nejen popisovány metody konstrukce jednotlivých diagramů, ale pozornost je věnována i často opomíjeným praktickým problémům implementace SPC, protože správný způsob získání dat podmiňuje úspěšnou aplikaci regulačních diagramů. Pro pracovníky z praxe nebo i pro vysokoškolské studenty může být užitečné zařazení metod ověřování různých předpokladů, jež jsou pro účinnou aplikaci nezbytné. Detailní popis těchto metod přesahuje rámec knihy, navíc se ve většině případů předpokládá využití statistického softwaru. Podstatná je především aplikace uvedených metod a interpretace výsledků; ta je zde ilustrována na mnoha příkladech. Zařazením kapitol o ověřování předpokladů a o praktických aspektech SPC se kniha liší od známých zahraničních publikací.

Struktura publikace

První tři kapitoly představují obecný základ SPC. V kapitole 1 je vysvětlena podstata statistické regulace procesu a jsou popsány základní charakteristiky klasického regulačního diagramu, jako je riziko falešného a chybějícího signálu nebo průměrný počet přeběhů do výskytu signálu.

Kapitola 2 uvádí metody ověřování předpokladů při navrhování regulačních diagramů a také přehled procesů z hlediska jejich chování v průběhu času. Kapitola 3 je věnována praktickým aspektům, jako jsou způsob vytváření logických podskupin a volba rozsahu a frekvence výběrů. Byl sem rovněž zařazen přehled regulačních diagramů, které jsou popisovány v následujících kapitolách, a pro úplnost také rozhodovací strom pro volbu vhodného Shewhartova diagramu, i když těmto diagramům se v knize přímo nevěnujeme.

Další čtyři kapitoly obsahují postupy vhodné v případě nesplnění některého z předpokladů: konstrukci asymetrických regulačních mezí při porušení předpokladu normality

(kapitola 4), diagram s rozšířenými mezemi, modifikovaný, přejímací a regresní regulační diagram pro procesy s proměnlivou střední hodnotou (kapitola 5), diagramy pro krátké výrobní cykly, kdy v jednotlivých cyklech není k dispozici dostatečný počet dat (kapitola 6) a diagramy pro procesy s autokorelací (kapitola 7).

Regulační diagramy CUSUM (kapitola 8) a diagramy EWMA (kapitola 9) představují odlišné přístupy využívající informaci ze všech dosud uskutečněných pozorování, a jsou proto citlivější na menší posuny procesu. Kromě popisu konstrukce diagramu pro regulaci střední hodnoty a některých jeho modifikací jsou uvedeny i diagramy pro kontrolu inherentní variability a diagramy pro atributivní znaky.

Kapitola 10 se zabývá různými diagramy vhodnými pro regulaci procesů s vysokou způsobilostí, tedy procesů, v nichž se neshodné jednotky nebo neshody objevují velmi řídky. Patří sem diagramy Shewhartova typu i diagramy CUSUM nebo EWMA, avšak regulovanou veličinou je vzdálenost mezi sledovanými jevy, vyjádřená buď počtem jednotek zkontrolovaných do výskytu neshodné jednotky, nebo například dobou či množstvím materiálu zkontrolovaného do výskytu neshody.

Kapitola 11 je věnována regulačním diagramům pro vícerozměrná data a podobně jako předcházející kapitola obsahuje jak diagram Shewhartova typu, nazývaný podle zobrazené statistiky Hotellingův diagram, tak vícerozměrné diagramy CUSUM a EWMA.

Se statistickou regulací procesu je spjata analýza způsobilosti (výkonnosti) procesu. V kapitole 12 jsou shrnuty nejpoužívanější ukazatele způsobilosti a způsoby jejich odhadu pro statisticky zvládnuté procesy, způsoby odhadu ukazatelů výkonnosti i různé modifikace přicházející v úvahu při porušení obvyklých předpokladů.

Řada příkladů v knize vychází z reálných výrobních procesů. Při jejich řešení byl ve většině případů využit statistický software Minitab, někdy také Statgraphics. Data k příkladům a vzorce či tabulky doplňující některé oddíly jsou dostupné na webových stránkách:

http://www.grada.cz/pokrocilejsi-metody-statisticke-regulace-procesu_8465/kniha/katalog/?dopln=stahuj

Metodika

Obsahem knihy jsou metody statistické indukce používané ve statistické regulaci procesu (SPC) a v související analýze způsobilosti procesu. Klasický přístup k SPC jako k pravděpodobně se opakujícímu výběrovému zjišťování spočívá v rozhodování, zda každý nový výběr odpovídá stejnému pravděpodobnostnímu modelu se známými nebo odhadnutými parametry. Zamítnutí testované hypotézy se považuje za důkaz změny v procesu. Hlavní nástroj SPC – regulační diagram – je grafickým znázorněním testu hypotézy o neznámém parametru uvažovaného modelu pravděpodobnostního rozdělení regulované veličiny. Grafické vyjádření je v SPC žádoucí pro svou názornost a srozumitelnost.

V knize se kromě metod vycházejících z předpokladu normálního rozdělení pracuje i s dalšími známými modely, např. s Weibullovým rozdělením, využívají se též Pearsonovy nebo Burrovy křivky a Boxova-Coxova či Johnsonova transformace, z diskrétních rozdělení Poissonovo, binomické, geometrické a negativně binomické rozdělení.

Kromě rozhodování na základě jediného výběru se aplikuje také postup známý z analýzy časových řad jako exponenciální vyrovnávání, v SPC nazývaný diagram EWMA. Odlišný

přístup k identifikaci posunu procesu představuje diagram CUSUM, vycházející z Waldova sekvenčního testu a založený na testu věrohodnostním poměrem.

V knize jsou prezentovány i další metody, které odrážejí změnu v chápání vyhovujícího procesu v souvislosti se zvyšující se způsobilostí procesů. Jde především o uvolnění předpokladu konstantní střední hodnoty regulované veličiny a předpokladu vzájemné nezávislosti pozorování. Kniha obsahuje různé modifikace klasického Shewhartova diagramu, v některých návrzích se využívá i model ANOVA s náhodnými efekty nebo regresní model. Diagramy pro autokorelovaná data vycházejí z modelů ARIMA, používaných v časových řadách.

Pro úplnost byly zařazeny také diagramy pro vícerozměrná pozorování, v nichž se využívá především Hotellingova statistika.

Kromě metod konstrukce regulačních diagramů jsou do knihy zahrnuty též různé testy sloužící k ověření předpokladů používaných metod. Jde o testy normality, náhodnosti, autokorelace, o analýzu rozptylu (ANOVA), testy heteroskedasticity a testy odlehlých pozorování.

Při konstrukci regulačních mezí a při výpočtu ukazatelů způsobilosti či výkonnosti procesu se využívají různé metody odhadu, tedy opět metody statistické indukce, včetně konstrukce konfidenčních intervalů. U některých metod odhadu vícerozměrných ukazatelů se uplatňuje také hřebenová regrese a analýza hlavních komponent.

Po třech úvodních kapitolách zabývajících se terminologií, ověřováním předpokladů metod, způsobem realizace SPC a zásadami, jimiž se řídí volba vhodného regulačního diagramu, následují čtyři kapitoly, které jsou věnovány metodám při nesplněním předpokladu normality, proměnlivé střední hodnotě, nedostatečném rozsahu výběru a autokorelovaných datech. Další tři kapitoly obsahují diagramy, které jsou po dosažení určité úrovně způsobilosti procesu vhodnější než Shewhartův diagram. Předposlední kapitola je věnována vícerozměrným diagramům a poslední kapitola ukazuje výpočet ukazatelů způsobilosti nebo výkonnosti v případě různých typů procesů uvažovaných v předcházejících kapitolách.

Prezentované metody jsou ilustrovány na příkladech. Pro úsporu místa a pro přehlednost jsou v knize uvedeny jen grafické výstupy a nejdůležitější výsledky spolu s komentářem. Datové soubory a některé výpočty jsou uloženy v příloze na webu, takže čtenář má možnost si postupy a výsledky ověřit. K řešení byl ve většině případů využit statistický software Minitab nebo Statgraphics.

Pro zajištění plynulosti výkladu jsou matematická odvození omezena na minimum a čtenář je odkázán na další zdroje, případně na doplňující vzorce v příloze na webu. Různé podrobnější komentáře a odkazy na další modifikace metod jsou ze stejného důvodu umístěny formou poznámek na konci příslušných oddílů.

Na konci každé kapitoly se nachází rozsáhlý, abecedně řazený seznam literatury včetně norem, na něž se v textu odkazuje.

Kniha vznikla s přispěním interní grantové agentury ŠKODA AUTO Vysoké školy, o. p. s., v rámci projektu číslo IGA 2012/9 Pokročilé metody statistické kontroly procesu.

1. Podstata statistické regulace procesu

Principy statistické regulace procesu (dále SPC) zformuloval ve dvacátých letech minulého století W. A. Shewhart (Shewhart, 1931), který také poprvé prakticky aplikoval diagramy známé jako klasické Shewhartovy regulační diagramy.

Podstatou SPC je bezprostřední, pravidelná a průběžná výběrová kontrola kvality procesů založená na matematicko-statistickém hodnocení kvality. Dává podněty k operativním zásahům do procesu a umožňuje tak okamžitě zlepšit proces, a dokonce předejít nevyhovující kvalitě.

Cíli SPC jsou:

- předcházení jak přeregulování procesu, tak jeho nedostatečné regulaci;
- dosažení stavu, kdy je proces statisticky stabilní (zvládnutý);
- udržování procesu na požadované a stabilní úrovni (tj. ve statisticky zvládnutém stavu);
- předcházení neshodným produktům;
- diferencování mezi náhodnými a zvláštními příčinami variability procesu;
- co nejrychlejší zásah do procesu v případě působení zvláštních příčin;
- vytvoření podmínek pro hodnocení způsobilosti procesu;
- vytvoření podmínek pro další zlepšování procesu;
- dokumentování řízení procesu pro zákazníka;
- vytvoření podmínek pro omezení klasického způsobu kontroly (např. vstupní kontroly u odběratele).

Teorie SPC vychází z existence variability jako imanentní vlastnosti každého procesu, která způsobuje nedostatek jeho opakovatelnosti. I za relativně stálých podmínek působí na proces a jeho výstupy objektivně řada vlivů, které způsobují, že nelze vyprodukovat dva zcela totožné produkty. Je však potřebné tyto vlivy studovat a vytvářet podmínky pro snižování variability procesu a jeho zlepšování. Snížení variability procesu pak znamená stejnoměrnější výrobu, menší pravděpodobnost výskytu neshodných produktů, menší rozsah kontroly a nižší náklady na kontrolu a zkoušení, nižší náklady vyvolané poruchami procesu, produkováním odpadu a jednotek vyžadujících přepracování a konečně také více spokojených zákazníků. Omezí-li se variabilita vstupů do procesu a sníží-li se variabilita průběhu vlastního procesu, povede to k omezení variability vlastností produktů jako výstupů z procesu.

Princip SPC vychází z členění variability na dva druhy: na variabilitu vyvolanou náhodnými (přírozenými) příčinami a variabilitu vyvolanou příčinami zvláštními (neobvyklými, identifikovatelnými, vymezitelnými):

1. **Náhodné příčiny** vytvářejí široký komplex jednotlivě neidentifikovatelných příčin, z nichž každá sama o sobě přispívá k celkové variabilitě malou měrou. Vyvolávají-li variabilitu procesu pouze tyto příčiny, lze ho charakterizovat následovně:

- proces je opakovatelný a kvalita jeho výstupů je předvídatelná;
- proces je ve statisticky zvládnutém (stabilním) stavu. Znamená to, že typ a parametry rozdělení pravděpodobnosti znaku kvality či parametru procesu, s jehož pomocí hodnotíme variabilitu procesu, jsou známy a nemění se (obrázek 1.1a).

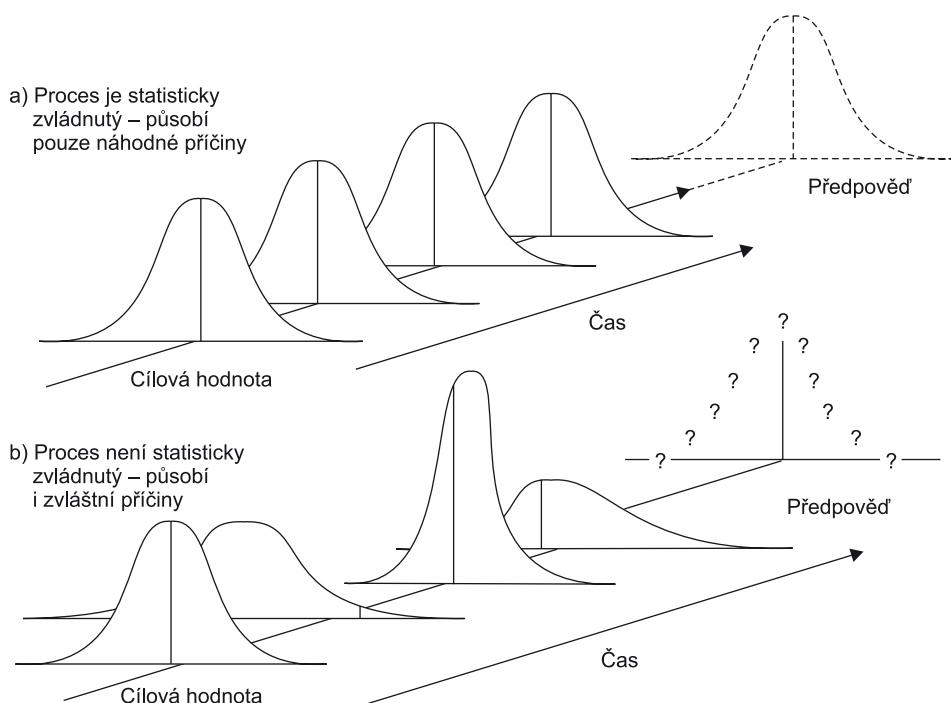
Jako příklady náhodných příčin můžeme uvést chvění stroje, vlhkost ovzduší, nestejnorodost materiálu, kolísání teploty chladicí kapaliny, nestejnoměrnost otáčení obrobku. Odstranění vlivu těchto příčin vyžaduje systémové opatření, které je většinou v kompetenci managementu a bývá časově i finančně náročné (změna technologie, nákup nového stroje apod.).

2. **Zvláštní příčiny** představují vliv zdrojů variability, které za běžných podmínek na proces nepůsobí. Vyvolávají reálné změny procesu projevující se v nepřírozeném kolísání údajů, s jejichž pomocí variabilitu procesu hodnotíme.

Působí-li na proces také tyto příčiny, lze jej popsat takto:

- proces není reprodukovatelný a kvalita jeho výstupů není předvídatelná;
- proces není statisticky zvládnutý (stabilní). To znamená, že typ a parametry rozdělení znaku kvality či parametru procesu, s jehož pomocí hodnotíme variabilitu procesu, se v čase mění (obrázek 1.1b).

Odstranění vlivu těchto příčin vyžaduje obvykle pouze lokální zásah osoby přímo zodpovědné za provádění činnosti v rámci daného procesu.



Obr. 1.1 Náhodné a zvláštní příčiny variability

Zvláštní příčiny variability procesu se dále člení na příčiny sporadické a příčiny přetrvávající. Příčiny sporadické vznikají náhle, vyvolávají změny procesu trvající krátkou dobu. Pak se ztrácejí a opět se mohou vyskytnout v budoucnu. Změny procesu vyvolané těmito příčinami bývají větší. Přetrvávající příčiny vyvolávají určitou dobu trvající odchylky v parametrech rozdělení regulované veličiny (znaku kvality či technologického parametru), s jejíž pomocí sledujeme a hodnotíme chování procesu. Jako příklady zvláštních příčin můžeme uvést: poškození nástroje, změnu seřízení stroje či nástroje, změnu materiálu, nezaškolenou obsluhu stroje apod.

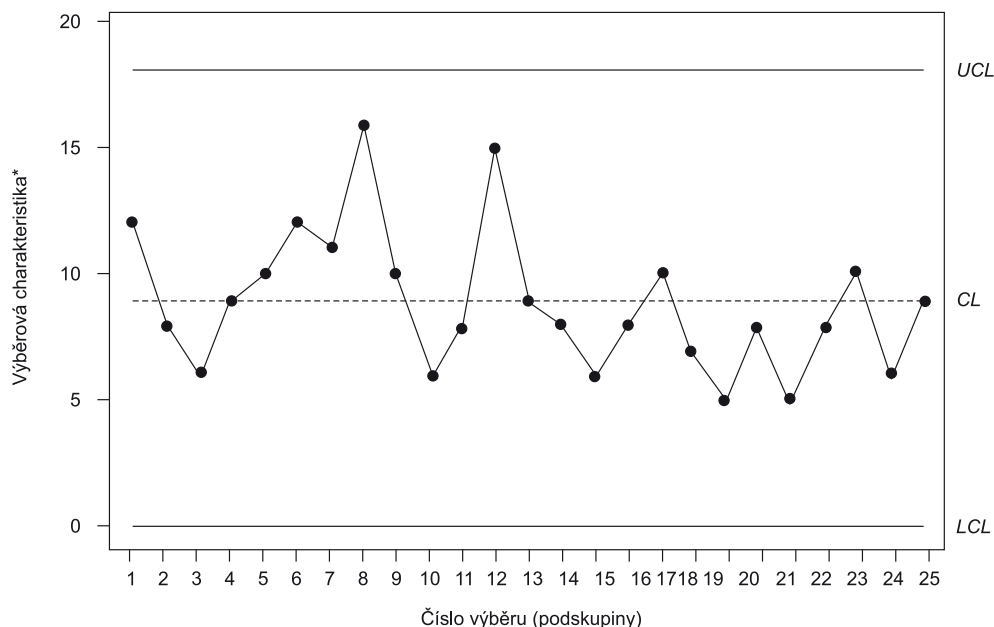
Chceme-li realizovat neustálé zlepšování procesu, pak je nutné permanentně monitorovat chování procesu s cílem dosáhnout a udržovat statisticky zvládnutý stav cestou zjišťování a odstraňování či alespoň částečné eliminace působení zvláštních příčin. Chování procesu a kvalita jeho výstupů jsou pak předvídatelné a je možné objektivně hodnotit schopnost plnit očekávání zákazníka a dále snižovat přirozenou variabilitu procesu vyvolávanou působením náhodných příčin.

1.1 Základní charakteristika klasického regulačního diagramu

Hlavním nástrojem SPC je regulační diagram. Jeho princip a struktura budou vysvětleny v tomto oddílu na regulačním diagramu Shewhartova typu (blíže viz kapitola 3), u kterého se předpokládá nezávislost měřených veličin, jejich normální rozdělení s parametry μ a σ . Kromě toho se předpokládá, že zvláštní (vymezitelná) příčina nastává v jediném okamžiku a okamžitě vyvolává posun sledované charakteristiky. Případům, kdy jsou tyto předpoklady porušeny, jsou věnovány další kapitoly. Základní struktura regulačního diagramu je patrná z obrázku 1.2.

Regulační diagram je grafický prostředek zobrazení vývoje variability procesu v čase, využívající principů testování statistických hypotéz. Představuje zobrazení zvolené testové statistiky jako funkce času. Na ose x se vynášejí pořadová čísla časových okamžiků realizace jednotlivých výběrů (prakticky jsou tato čísla chápána jako označení pořadí výběrů), které mají charakter logické podskupiny. Logická podskupina je výběr jednotek produktu provedený tak, že uvnitř tohoto výběru má šanci se projevit pouze variabilita vyvolaná náhodnými příčinami. Rozdíly mezi jednotlivými prvky tohoto výběru pak představují míru inherentní variability procesu. Jinými slovy, začne-li působit na proces nějaká zvláštní příčina, je šance na projev jejího vlivu uvnitř podskupiny minimální, a naopak, mezi podskupinami je maximální. Způsob tvorby výběrů určuje vlastnosti regulačního diagramu, neboť ovlivňuje odhad inherentní variability procesu, který je základem pro stanovení regulačních mezí – kritérií pro posuzování, zda proces je, či není statisticky zvládnutý. Nerespektování konceptu logické podskupiny může vést k významnému nadhodnocení nebo podhodnocení této inherentní variability; regulační meze pak mohou být příliš široké nebo příliš úzké a regulační diagram nemůže plnit svůj účel.

Na ose y je pak stupnice pro hodnoty zvolené testové statistiky (výběrového průměru, výběrové směrodatné odchylky, počtu neshod v podskupině...). Hlavní funkcí efektivního využití regulačních diagramů je poskytnout statistický signál, když začne působit zvláštní příčina, a vyhnout se falešnému signálu, když k žádné významné změně v procesu nedošlo.



* Výběrová charakteristika použitá jako testová statistika v daném regulačním diagramu

Obr. 1.2 Základní struktura regulačního diagramu

Rozhodnutí o tom, zda proces je nebo není statisticky zvládnutý, umožňují tři základní kritéria: centrální přímkou CL , dolní regulační mez LCL a horní regulační mez UCL . CL odpovídá tzv. referenční (požadované) hodnotě použité znázorňované charakteristiky. Referenční hodnota může být definována několika způsoby:

- jako odhad z hodnot regulované veličiny získaných v podmínkách statisticky zvládnutého procesu (tento způsob se používá ve druhé etapě SPC – viz oddíl 3.1 –, kdy většinou parametry rozdělení sledované veličiny nejsou známy);
- jako nominální hodnota (např. jmenovitá hodnota nebo hodnota daná technickým předpisem); tento způsob je vhodný v případě, kdy proces lze jednoduše seřadit na tuto hodnotu;
- jako hodnota založená na minulých zkušenostech s daným výrobním procesem (tento způsob je vhodný ve čtvrté etapě SPC (viz oddíl 3.1)).

Regulační meze UCL a LCL se nazývají také akční meze. Vymezují pásmo působení pouze náhodných příčin variability a jsou základním rozhodovacím kritériem, zda učinit zásah do procesu, či nikoliv. Regulační meze jsou stanoveny statisticky, nelze je zaměňovat s tolerančními mezemi. V klasických Shewhartových regulačních diagramech jsou tyto meze většinou stanoveny ve vzdálenosti 3σ (směrodatná odchylka) dané výběrové charakteristiky na obě strany od centrální přímkou (dále v textu budou takové meze obecně označovány jako 3σ meze). Ve druhé etapě SPC (viz oddíl 3.1), kdy většinou parametry rozdělení sledované veličiny nejsou známy, se tato směrodatná odchylka odhaduje z variability uvnitř podskupin (viz vzorce v příloze na webu). Ve čtvrté etapě

SPC (viz oddíl 3.1) již lze považovat směrodatnou odchylku za známou, a není ji proto většinou nutné odhadovat z minulých naměřených hodnot.

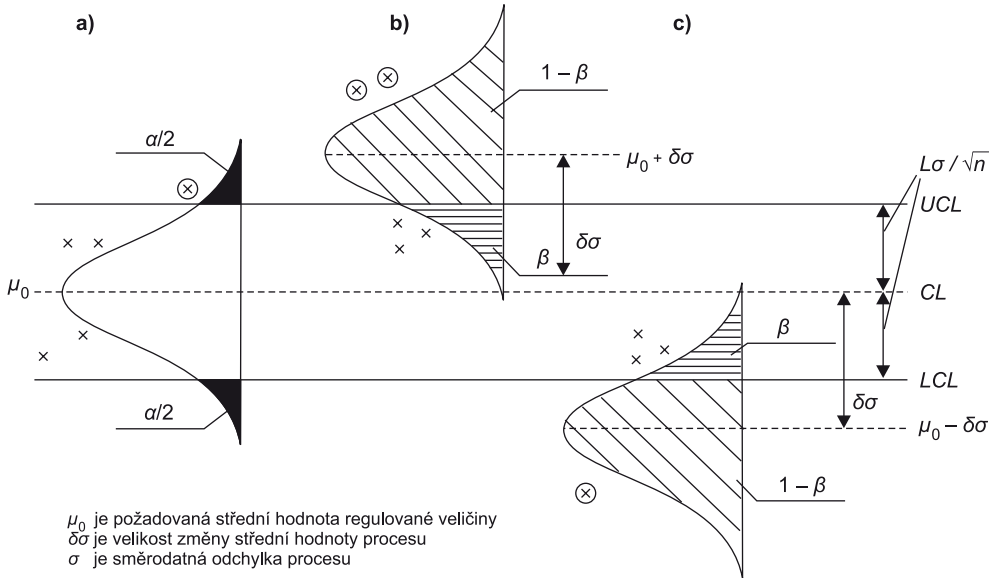
V některých aplikacích se zakreslují do regulačního diagramu další meze nazývané výstražné: *UWL* – horní výstražná mez a *LWL* – dolní výstražná mez. Pásmo, které vymezují tyto meze, je vždy užší než pásmo mezi akčními mezemi, nejčastěji $\pm 2\sigma$ dané výběrové charakteristiky od *CL*.

1.2 Riziko falešného a chybějícího signálu

Statistickou regulaci procesu lze chápat jako opakované (sekvenční) testování statistické hypotézy. Toto pojetí SPC umožňuje posoudit, resp. porovnat účinnost regulačních diagramů. Pro regulovanou veličinu, tj. sledovaný znak kvality nebo technologický parametr jako náhodnou veličinu, se zformuluje hypotéza o hodnotách parametrů jejího pravděpodobnostního rozdělení. Tato nulová hypotéza by měla být sestavena tak, aby při její platnosti proces splňoval požadavky na kvalitu, tj. aby byl hodnocen jako proces ve statisticky zvládnutém stavu. Nulová hypotéza se pak opakovaně testuje na základě pravidelně opakovaných výběrů. Zamítnutí nulové hypotézy (body vně regulačních mezí, trendy či jiná nenáhodná seskupení) je signálem o tom, že proces vybočil z předpokládaného vyhovujícího stavu (tj. není ve statisticky zvládnutém stavu) a je nutný regulační zásah do procesu. Regulačním zásahem rozumíme proces identifikace a částečné či úplné eliminace působení zvláštní příčiny, která vyvolala signalizovanou nežádoucí změnu chování procesu.

SPC je spojeno se dvěma druhy rizik: rizikem chyby prvního druhu α , nazývaným rizikem falešného signálu (někdy označovaným také jako riziko zbytečného signálu), což je pravděpodobnost zbytečného vyhledávání zvláštní příčiny na základě signálu z regulačního diagramu o tom, že proces není ve statisticky zvládnutém stavu (např. bod mimo akční meze), i když ve skutečnosti k žádné významné změně procesu nedošlo. S tímto nesprávným závěrem jsou spojeny náklady na pokus najít příčinu neexistujícího problému. Pravděpodobnost chyby druhého druhu β se v SPC nazývá riziko chybějícího signálu a je to pravděpodobnost, že regulační diagram neodhalí změnu procesu určité velikosti včas (všechny body dané testové statistiky leží uvnitř akčních mezí ani netvoří žádné nenáhodné seskupení). S tímto nesprávným závěrem jsou zase spojeny náklady vyvolané tím, že se do procesu včas nezasáhlo. Hodnota $(1 - \beta)$, tj. hodnota silofunkce testu, zde vyjadřuje pravděpodobnost detekce změny procesu, která má být včas odhalena.

Na obrázku 1.3 jsou zachycena rizika α a β ve vazbě na regulační diagram pro výběrové průměry. Při aplikaci tohoto diagramu se vlastně testuje nulová hypotéza $H_0: \mu = \mu_0$ oproti alternativní hypotéze $H_1: \mu \neq \mu_0$, kde μ_0 je cílová (požadovaná) úroveň střední hodnoty procesu odpovídající statisticky zvládnutému procesu. V grafu 1.3a je zobrazeno riziko falešného signálu α , tj. pravděpodobnost, s jakou regulační diagram vydá signál o změně střední hodnoty procesu, i když ve skutečnosti proces zůstává centrován na μ_0 . V grafu 1.3b a 1.3c jsou zobrazeny situace pro posun střední hodnoty procesu z μ_0 na $\mu = \mu_0 + \delta\sigma$, resp. z μ_0 na $\mu = \mu_0 - \delta\sigma$. Na tento posun je vázána hodnota rizika chybějícího signálu β .



Obr. 1.3 Riziko falešného signálu α a riziko chybějícího signálu β

Velikost změny střední hodnoty procesu lze vyjádřit také ve tvaru normované difference

$$\delta = \frac{|\mu_0 - \delta\sigma - \mu_0|}{\sigma} \quad (1.1)$$

V dalších odstavcích bude ukázán postup stanovení rizika α a β pro klasický Shewhartův regulační diagram pro výběrové průměry.

1.2.1 Výpočet rizika α pro regulační diagram Shewhartova typu pro průměry

Obecně riziko stanovujeme tak, abychom s co nejmenší četností zamítali hypotézu H_0 (tj. aby regulační diagram co nejméně signalizoval, že proces není v ustáleném a požadovaném stavu, i když ve skutečnosti v něm je). Za předpokladu normálního rozdělení výběrové charakteristiky, se kterou daný regulační diagram pracuje, lze riziko falešného signálu určit dle vzorce

$$\alpha = 1 - [\Phi(L) - \Phi(-L)] \quad (1.2)$$

Pro klasický Shewhartův regulační diagram s 3sigma mezemi ($L = 3$) je $\alpha = 1 - 0,9973 = 0,0027$. Chceme-li zvýšit citlivost klasického regulačního diagramu na odchylky parametru procesu, je možné toho dosáhnout zúžením pásma mezi regulačními mezemi, a to zmenšením hodnoty L , například na hodnotu 2. Pak $\alpha = 1 - 0,9545 = 0,0455$. To zname-

ná, že snížení rizika chybějícího signálu β je dosaženo za cenu výrazného zvýšení rizika falešného signálu. Pokud však hodnotu L ponecháme rovnu 3 a pásmo mezi regulačními mezemi zůžeme tím, že zvýšíme rozsah logické podskupiny n , pak dosáhneme zvýšení citlivosti regulačního diagramu, aniž hodnotu rizika falešného signálu změníme.

1.2.2 Výpočet rizika β pro regulační diagram pro průměry

Riziko β závisí na velikosti rozdílu mezi skutečností a testovanou hypotézou H_0 . Při výpočtu rizika β je tedy nutné vyjít ze znalosti velikosti posunu průměrné úrovně z μ_0 na $\mu = \mu_0 + \delta\sigma$, resp. z μ_0 na $\mu = \mu_0 - \delta\sigma$. Jak velkou odchylku od μ_0 chceme signalizovat v regulačním diagramu, závisí na tom, jak blízko jsou přirozené meze procesu tolerančním mezím a jaké jsou náklady na vícepráci či odpad. Tyto úvahy mají hlavní význam ve čtvrté etapě SPC (viz oddíl 3.1), kdy jsou velké změny parametrů procesu již eliminovány a je třeba identifikovat změny střední a malé velikosti.

Nechť směrodatná odchylka procesu σ je známá a konstantní. Jestliže se střední hodnota procesu posune z hodnoty odpovídající statisticky zvládnutému procesu μ_0 na úroveň $\mu = \mu_0 + \delta\sigma$ (viz obrázek 1.3), pak pravděpodobnost, že tento posun nebude odhalen při následujícím výběru, tj. riziko chybějícího signálu β , lze vyjádřit jako

$$\beta = P(LCL \leq \bar{x} \leq UCL \mid \mu = \mu_0 + \delta\sigma) \quad (1.3)$$

Protože $\bar{x} \sim N(\mu, \sigma^2/n)$, $UCL = \mu_0 + L\sigma/\sqrt{n}$ a $LCL = \mu_0 - L\sigma/\sqrt{n}$ (viz obrázek 1.3), kde L vyjadřuje násobek směrodatné odchylky výběrových průměrů a charakterizuje vzdálenost regulačních mezí od centrální příčky CL , lze β stanovit jako

$$\beta = \Phi\left(\frac{\mu_0 + L\sigma/\sqrt{n} - (\mu_0 + \delta\sigma)}{\sigma/\sqrt{n}}\right) - \Phi\left(\frac{\mu_0 - L\sigma/\sqrt{n} - (\mu_0 + \delta\sigma)}{\sigma/\sqrt{n}}\right) \quad (1.4)$$

kde Φ značí distribuční funkci normovaného normálního rozdělení.

Po úpravě dostaneme

$$\beta = \Phi(L - \delta\sqrt{n}) - \Phi(-L - \delta\sqrt{n}) \quad (1.5)$$

Je-li $n > 1$, vztahuje se výpočet rizika β na regulační diagram pro průměry. Pokud dosadíme $n = 1$, pak počítáme riziko β pro regulační diagram pro individuální hodnoty. Riziko β pro posun z μ_0 na $\mu = \mu_0 - \delta\sigma$ se počítá zcela analogicky.

■ Příklad 1.1

Mějme běžný Shewhartův regulační diagram pro průměr s obvyklými 3sigma mezemi a rozsah výběru $n = 5$ jednotek. Máme určit pravděpodobnost odhalení posunu střední hodnoty procesu z μ_0 na $\mu = \mu_0 + 1,5\sigma$ při prvním výběru odebraném po tom, co změna dané velikosti nastala.

Dosadíme do vztahu pro výpočet rizika chybějícího signálu (1.5)

$$\beta = \Phi(3 - 1,5 \cdot \sqrt{5}) - \Phi(-3 - 1,5 \cdot \sqrt{5}) = 0,36$$

$$1 - \beta = 1 - 0,36 = 0,64$$

Pravděpodobnost odhalení posunu střední hodnoty procesu o velikosti $1,5\sigma$ při prvním výběru je 0,64.

1.3 Aplikace regulačního diagramu

Regulační diagram se nejčastěji aplikuje v následujících krocích:

- V pravidelných kontrolních intervalech se ze sledovaného procesu realizují výběry velikosti n , které mají charakter logické podskupiny.
- Z každé n -tice zjištěných hodnot ve výběru se vypočte hodnota zvolené testové charakteristiky (výběrový průměr, výběrová směrodatná odchylka, výběrový medián, výběrové rozpětí, počet neshodných jednotek v podskupině, počet neshod na jednotku v podskupině apod.). Pro $n = 1$ představují hodnoty testové statistiky jednotlivé naměřené hodnoty sledovaného znaku kvality.
- Tyto hodnoty testové statistiky se chronologicky zakreslují do regulačního diagramu.
- Zda je proces statisticky zvládnutý, je pak posuzováno dle polohy bodů v regulačním diagramu vůči UCL , LCL , CL . Pokud leží body uvnitř regulačních mezí a jsou rozloženy náhodně, lze považovat proces za statisticky zvládnutý. Pokud se nějaký bod či více bodů vyskytuje mimo regulační meze nebo body uvnitř mezí vytvářejí nenáhodná seskupení, nelze proces považovat za statisticky zvládnutý. Potom je nutné vyhledat zvláštní (neobvyklou) příčinu a její působení omezit či plně odstranit.

Nenáhodná seskupení představují dodatečná kritéria pro posouzení, zda je či není proces statisticky zvládnutý, navržená s cílem snížit riziko chybějícího signálu β . Definice nenáhodných seskupení a s nimi spojených testů se poprvé objevila ve *Statistical Quality Control Handbook* (1956) společnosti Western Electric. Tato pravidla byla různými autory modifikována a vznikla řada dalších souborů pravidel (viz Nelson, 1984; Trietsch, 1999; ČSN ISO 2859, 1994; D1-9000-1, 2000; AIAG SPC-3, 2005). Detailnější srovnání různých souborů nenáhodných seskupení lze najít u Noskiewičové (2013).

Identifikace nenáhodných seskupení v současné době již není problémem, neboť většina statistických softwarových balíků obsahujících metody SPC je schopna standardní typy nenáhodných seskupení identifikovat. Některé programy (např. Statgraphics, Statistica, Minitab) umožňují navíc standardní testy nenáhodných seskupení z hlediska délky seskupení modifikovat. Problémem často bývá stanovení příčin identifikovaných nenáhodných seskupení, které vyžaduje vysokou míru zkušeností a hluboké znalosti analyzovaného procesu. Přehled základních testů působení zvláštních příčin pro Shewhartovy regulační diagramy pro výběrové průměry a rozpětí včetně možných zvláštních příčin je uveden v příloze na webu.

Aplikace diskutovaných doplňkových kritérií vede ke zvýšení citlivosti regulačních diagramů, což znamená, že jejich použití umožňuje odhalit menší změny procesu mnohem rychleji než při použití jen základního kritéria (tj. při identifikaci bodů mimo regulační meze). Simultánní aplikaci těchto doplňkových kritérií je však třeba věnovat vážnou po-

zornost, neboť čím více testů je aplikováno najednou, tím vyšší je riziko falešného signálu (Trietsch, 1999). Někteří autoři (Montgomery, 2013) však doporučují, aby doplňková kritéria nebyla k dosažení vyšší citlivosti regulačních diagramů na malé změny procesu používána, a doporučují dát přednost metodě CUSUM (podrobně viz kapitola 8) nebo regulačnímu diagramu EWMA (kapitola 9).

Kromě testů nenáhodných seskupení se mohou jako další kritéria pro posouzení, zda je proces statisticky zvládnutý, použít výstražné meze *UWL* a *LWL* s tímto postupem:

1. Pokud některý bod leží uvnitř výstražných mezí, lze předpokládat, že proces je ve statisticky zvládnutém stavu a není třeba žádného zásahu.
2. Některý bod leží mezi *UWL* a *UCL*, resp. mezi *LWL* a *LCL*. V této situaci se doporučuje postupovat následovně: ihned bez ohledu na kontrolní interval se provede další výběr. Jestliže nový bod, odpovídající tomuto bezprostřednímu výběru, leží mezi výstražnými mezemi, není třeba do procesu zasahovat. Jestliže však i tento nový bod leží mimo výstražné meze, je to signál, že na proces s velkou pravděpodobností působí zvláštní příčina a je nutné provést regulační zásah.

1.4 Hodnocení účinnosti regulačního diagramu

Účinností regulačního diagramu je myšlena jeho schopnost odhalit změnu parametru procesu určité velikosti. Pro posouzení, popřípadě srovnání této účinnosti se využívá ukazatel *ARL* (*average run length*), křivka *ARL* nebo operativní charakteristika. Tyto úvahy mají hlavní smysl ve čtvrté etapě SPC (viz oddíl 3.1), kdy již byly zvláštní příčiny vyvolávající velké změny parametru procesu odstraněny a zájem je soustředěn na střední a malé změny.

1.4.1 *ARL* pro klasické Shewhartovy regulační diagramy

ARL (průměrná délka přeběhu) představuje průměrný počet výběrů vedoucí k signálu. *ARL* je střední hodnota rozdělení náhodné proměnné *RL* (délky přeběhu), což je počet výběrů vedoucí k signálu. Jsou-li data vzájemně nezávislá a parametry rozdělení sledované veličiny jsou známy, pak *ARL* pro Shewhartovy regulační diagramy lze obecně vyjádřit jako

$$ARL = 1 / p \quad (1.6)$$

kde p je pravděpodobnost, s jakou bude vydán signál o tom, že proces není statisticky zvládnutý.

Proměnná *RL* má geometrické rozdělení s parametrem p a se střední hodnotou $1 / p$. To vyvolává určité problémy, neboť směrodatná odchylka *RL* je dost velká a geometrické rozdělení je silně zprava zešikmené, takže střední hodnota *ARL* nepředstavuje právě typickou hodnotu *RL*. Někteří autoři proto pracují s percentily rozdělení *RL* namísto *ARL*.

Je-li proces statisticky zvládnutý, pak *ARL* se značí *ARL*(0). Mezi *ARL*(0) a rizikem falešného signálu α platí vztah

$$ARL(0) = 1 / \alpha \quad (1.7)$$

protože k falešnému signálu dojde v průměru po $1 / \alpha$ výběrech.

Průměrný počet výběrů mezi okamžikem vzniku odchylky v procesu o normované velikosti δ a okamžikem jejího odhalení v regulačním diagramu se značí $ARL(\delta)$. Mezi $ARL(\delta)$ a rizikem chybějícího signálu β je vztah

$$ARL(\delta) = 1 / (1 - \beta) \quad (1.8)$$

neboť k signálu, že došlo k odchylce o normované velikosti δ , dojde v průměru po $1 / (1 - \beta)$ výběrech od okamžiku vzniku této odchylky.

Obecně je při navrhování regulačního diagramu snaha požadovat $ARL(0)$ co největší, aby ztráty spojené se zbytečným vyhledáváním příčin neexistujících odchylek nebo se zbytečným seřizováním procesu byly minimální. Při stanovení žádoucí hodnoty $ARL(0)$ je třeba zohlednit také směnnost a frekvenci měření (blíže viz kapitola 8). Naopak $ARL(\delta)$ se požaduje co nejmenší, aby se minimalizovaly ztráty spojené s pozdním odhalením dané odchylky.

Pokud se ukazatel ARL vyjádří v časových jednotkách, dostaneme ukazatel ATS , vyjadřující průměrnou dobu do signálu. ATS se určí dle vztahu

$$ATS = ARL \cdot h \quad (1.9)$$

kde h je délka kontrolního intervalu.

Vezmeme-li v potaz velikost výběru n , dostaneme ukazatel I , představující průměrný počet jednotek kontrolovaného produktu, které musí být vybrány ke kontrole, než je signalizována změna parametru procesu

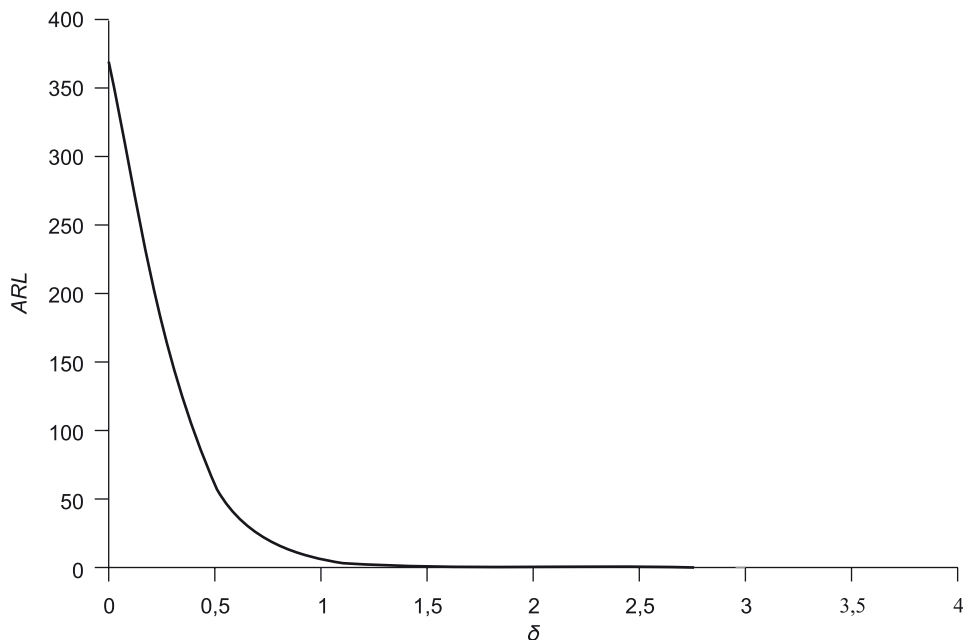
$$I = n \cdot ARL \quad (1.10)$$

kde n je rozsah výběru.

Uvedený jednoduchý způsob stanovení ARL je použitelný pouze pro Shewhartovy regulační diagramy. Například pro diagramy CUSUM a EWMA je výpočet ARL mnohem složitější (viz kapitoly 8 a 9). Ukazatel ARL je vhodný pro situace, kdy rozsahy výběrů i délka kontrolního intervalu jsou konstantní. V řadě aplikací tyto předpoklady nelze splnit. Například při použití diagramů CCC nebo CCC-r, kde se pracuje s počtem shodných jednotek do výskytu jedné neshodné, resp. r neshodných jednotek, zcela určitě nebude tento počet kontrolovaných jednotek konstantní. Proto byl navržen ukazatel ANOS, který vyjadřuje průměrný počet jednotek kontrolovaných do výskytu bodu mimo regulační mez (blíže kapitola 10).

1.4.2 Křivka ARL

Tento graf zobrazuje závislost průměrné délky přeběhu na velikosti odchylky parametru procesu. Na obrázku 1.4 je znázorněna křivka ARL pro Shewhartův regulační diagram pro průměry (s 3sigma mezemi a výběrem o velikosti $n = 3$).



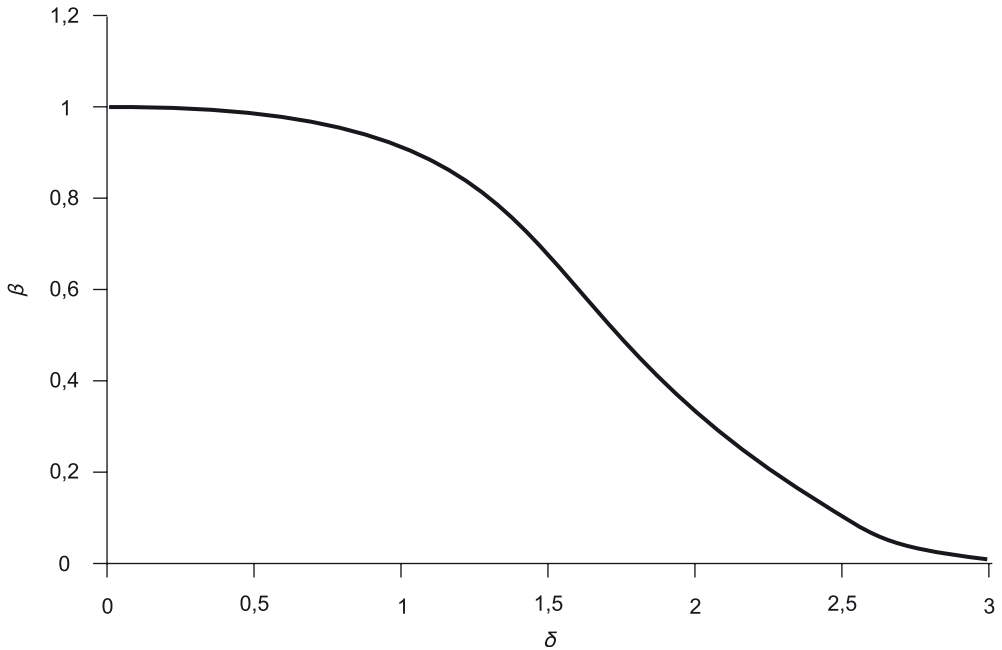
Obr. 1.4 Ukázka křivky ARL pro regulační diagram pro průměry

Postup konstrukce křivky ARL lze popsat následovně: Na osu x vynášíme zvolené hodnoty velikosti změny parametru procesu, kterou si přejeme odhalit ihned při prvním následujícím výběru (vyjádřenou jako počet směrodatných odchylek procesu δ). Na osu y se vynáší hodnoty $ARL(\delta)$ pro zvolené hodnoty δ . Hodnoty $ARL(\delta)$ se vypočtou dle vzorce (1.7) a (1.8).

1.4.3 Operativní charakteristika regulačního diagramu

Dalším grafem, který vyjadřuje schopnost regulačního diagramu odhalit změnu parametru procesu určité velikosti, je operativní charakteristika (dále OC). Na obrázku 1.5 je zachycena OC pro Shewhartův regulační diagram pro průměry (s 3sigma mezemi a výběrem o velikosti $n = 3$).

Postup konstrukce OC lze popsat následovně: Na osu x vynášíme zvolené hodnoty velikosti změny parametru procesu, kterou si přejeme odhalit ihned při prvním následujícím výběru (vyjádřenou jako počet směrodatných odchylek procesu δ). Na osu y vynášíme hodnoty rizika β , že odchylka dané velikosti nebude odhalena při prvním výběru následujícím po vzniku této změny. Riziko β vypočteme pro zvolené hodnoty odchylky δ dle vztahu (1.5).



Obr. 1.5 Ukázka OC pro regulační diagram pro průměry

Literatura

- AIAG SPC-3. Dostupné z: <http://www.techstreet.com/products/1209346>, 2005.
- ČSN ISO 8258. *Shewhartovy regulační diagramy*. ČSNi, Praha 1994.
- D1-9000-1. AQS Tools. Boeing Com, Chicago 2000.
- Montgomery, D. C. *Introduction to Statistical Quality Control*. J. Wiley & Sons, New York 2013.
- Nelson, L. S. The Shewhart Control Chart. Tests for Special Causes. *Journal of Quality Technology*, 1984, roč. 16, č. 4, s. 337–339.
- Noskievičová, D. Complex Control Chart Interpretation. *International Journal of Engineering Business Management*, 2013, roč. 5, č. 13, s. 1–7.
- Shewhart, W. A. *Economic Control of Quality of Manufactured Product*. Van Nostrand, New York 1931.
- Trietsch, D. *Statistical Quality Control. A Loss Minimization Approach*. World Scientific, London 1999.
- Western Electric. *Statistical Quality Control Handbook*. Western Electric Corporation, Indianapolis 1956.

2. Předpoklady statistických metod a typy procesů

Při odvozování vlastností diagramů nebo při hodnocení způsobilosti procesu se vychází z určitých předpokladů o rozdělení regulované veličiny. U klasických regulačních diagramů měřením se předpokládají nekorelovaná (nezávislá) pozorování, která mají identické normální rozdělení se střední hodnotou μ a rozptylem σ^2 . Ověřování konstantní střední hodnoty a konstantního rozptylu je přímo podstatou regulačních diagramů, splnění předpokladů normality a nekorelovanosti je třeba posoudit zvlášť.

V současné době se využívá i řada dalších rozdělení, kromě toho se připouští také určité kolísání střední hodnoty, a v důsledku toho i existence autokorelace. K metodám podrobnější analýzy procesu proto patří kromě metod pro ověřování shody se zvoleným teoretickým rozdělením nebo testů autokorelace také test rovnosti středních hodnot (ANOVA), test rovnosti rozptylů nebo test odlehlých pozorování.

V této kapitole se budeme věnovat především metodám ověřování normality a nekorelovanosti, další metody budou zmíněny podle potřeby v dalších kapitolách.

Je nutné poznamenat, že ověřování předpokladů má smysl u procesu, který je statisticky zvládnutý. Jestliže během sběru dat, která analyzujeme, působily zvláštní příčiny, mohou jimi být závěry analýzy ovlivněny.

2.1 Předpoklad normality

Z předpokladu normálního rozdělení vychází řada metod statistické regulace procesu. Nejde přitom jen o diagramy používané při regulaci měřením, kdy se, jak plyne z názvu, sleduje měřitelný, tedy spojitý znak, ale také o diagramy pro atributivní znaky, kde se často využívá aproximace binomického či Poissonova rozdělení normálním.

Obecně platí, že při porušení předpokladů nemá použitá metoda očekávané vlastnosti. Při větší odlišnosti rozdělení sledovaného znaku od normálního rozdělení může být například riziko falešného signálu v klasickém diagramu vyšší než očekávané, to znamená, že dochází příliš často k falešným signálům. Jiným příkladem je odhad ukazatele způsobilosti C_p ; uvažovaný interval délky 6σ neobsahuje v případě jiného rozdělení předpokládaných 99,73 % hodnot sledovaného znaku, a představa o způsobilosti procesu je proto zkreslena.

Spojitá náhodná veličina je teoretickým pojmem; v praxi se vzhledem k omezené přesnosti měření setkáváme vždy s diskrétními daty. Za splněný předpoklad normality tak považujeme situaci, kdy se skutečné rozdělení sledované veličiny od normálního rozdělení příliš neliší. V takovém případě můžeme aplikovat postupy založené na tomto předpokladu. Nevyhovují-li data předpokladu normálního rozdělení, je třeba rozlišit, o který ze dvou následujících případů jde:

- Normální rozdělení sledovaného znaku kvality lze očekávat, ale během sběru dat působily zvláštní příčiny.
- Sledovaný znak kvality má jiné než normální rozdělení, i když žádné zvláštní příčiny nepůsobí.

Do první skupiny patří směs několika normálních rozdělení, která může být důsledkem občasných změn vstupů či okolního prostředí, seřízení stroje apod., normální rozdělení kontaminované několika odlehlými hodnotami, ale také výskyt stejných hodnot vlivem nedostatečné způsobilosti systému měření nebo zaokrouhlování. V takových případech nemá smysl hledat model výsledného rozdělení; je třeba buď odstranit příčinu porušení normality, nebo použít neparametrický přístup.

Mezi aplikace s jiným než normálním rozdělením patří měření excentricity, tloušťky povrchové úpravy, kapacity, izolačního odporu, množství nečistot v materiálu, doby do poruchy atd. Zde musíme odlišný tvar rozdělení zohlednit, ať už volbou vhodné transformace dat, nebo použitím jiné metody (viz kapitola 4). Atributivní znaky, jako je počet (podíl) neshodných jednotek nebo počet neshod v kontrolovaném vzorku, jsou rovněž veličiny s jiným než normálním rozdělením. Za určitých podmínek lze však jejich rozdělení normálním rozdělením aproximovat, viz např. diagram *p*, diagram *c* apod.

K ověření předpokladu normality slouží jednak různé statistické testy, jednak grafické nástroje. Výhodou statistického testu by měla být objektivnost závěru o splnění či nesplnění předpokladu. Protože však různé testy normality vycházejí z různých principů a mají různou sílu (tj. účinnost), může se stát, že některý test normalitu zamítne a jiný nikoliv. Kromě toho síla testu obecně roste s rozsahem výběru, takže v případě velkého výběru mohou být odhaleny i drobnější odchylky od normality, které následnou analýzu dat podstatně neovlivní. Výsledek testu normality je proto často chápán spíše orientačně.

Alternativou je grafické znázornění, které naznačí i charakter případné odlišnosti od normálního rozdělení a umožní posoudit závažnost odchylek od normality. Doporučuje se použít vždy více testů normality a zároveň některý z grafických nástrojů. Konkrétní výběr je obvykle dán nabídkou používaného softwaru. Někdy jsou tyto metody součástí bloku pro analýzu způsobilosti, jindy mohou být uvedeny pod nástroji průzkumové analýzy dat.

2.1.1 Testy normality

Vzhledem k zaměření knihy uvedeme jen nejpoužívanější testy normality. Nebudeme podrobně popisovat konstrukci testových statistik; zmíníme jen základní principy a zaměříme se především na interpretaci výsledků. Na příkladech ukážeme různé vlastnosti testů a naznačíme, jak se orientovat v případě, kdy výsledky několika testů vedou k rozdílným závěrům. Podrobnosti o jednotlivých testech lze nalézt v některých odkazech uvedených v poznámkách na konci oddílu 2.1.

Nulová hypotéza vyjadřuje předpoklad, že posuzovaná data tvoří náhodný výběr z normálního rozdělení. Není-li nulová hypotéza zamítnuta, pokládáme předpoklad normality za splněný. V aplikacích týkajících se regulačních diagramů či analýzy způsobilosti nebývá model normálního rozdělení specifikován, jde tedy pouze o ověření tvaru normálního rozdělení. Parametry rozdělení nejsou předem dány a odhadují se ze zkoumaných dat.

O zamítnutí nulové hypotézy obvykle rozhodujeme na základě p -hodnoty, která bývá v počítačových výstupech uvedena spolu s vypočtenou hodnotou testové statistiky.

Lze také použít klasický postup testování hypotéz, ten však u většiny uvedených testů vyžaduje znalost kritických hodnot, které je nutno hledat ve speciálních tabulkách.

Testy normality vycházejí z různých principů. Kolmogorovův-Smirnovův test, resp. jeho modifikace při neznámých parametrech rozdělení podle Lillieforse, Andersonův-Darlingův test nebo Cramérův-von Misesův test jsou založeny na porovnání empirické distribuční funkce $F_n(x)$ s distribuční funkcí normálního rozdělení $F(x)$, a jsou proto označovány jako testy dobré shody. Empirická distribuční funkce $F_n(x)$ přitom představuje podíl pozorování menších nebo rovných hodnotě x .

Statistika Kolmogorova-Smirnovova (Lillieforsova) testu měří maximální vzdálenost mezi empirickou a teoretickou distribuční funkcí, další dvě statistiky jsou založeny na čtvercové vzdálenosti uvedených distribučních funkcí, přičemž Andersonova-Darlingova statistika navíc obsahuje váhy. Velké hodnoty statistik svědčí proti nulové hypotéze.

K testům dobré shody se řadí také chí-kvadrát test. Zde se porovnávají empirické četnosti v k intervalech, do nichž jsou pozorované hodnoty roztrženy, s očekávanými četnostmi vycházejícími z modelu normálního rozdělení. Při dostatečně obsazených intervalech (očekávaná četnost v jednotlivých intervalech by měla být větší než 5) má testová statistika přibližně chí-kvadrát rozdělení s $k - 3$ stupni volnosti.

Shapiroův-Wilkův test (Shapiro, Wilk, 1965; Shapiro, Francia, 1972) souvisí s regresním modelem závislosti vzestupně seřazených naměřených hodnot $x_{(i)}$ ¹ na odpovídajících kvantilech normovaného normálního rozdělení $u_{(i)} = \Phi^{-1}(i/n)$. Je-li předpoklad normálního rozdělení oprávněný, měly by body $[u_{(i)}, x_{(i)}]$ ležet v blízkosti proložené přímky. Hodnota testové statistiky vyjadřuje, jak těsně přiléhají data v grafu k přímce. Menší hodnoty svědčí proti nulové hypotéze, ale protože je rozdělení statistiky W značně zešíkmené, může být nulová hypotéza zamítnuta i při zdánlivě velké hodnotě W (kolem 0,9). Na podobném principu je založen výpočetně jednodušší Ryanův-Joinerův test.

Další skupinu tvoří testy využívající výběrovou šikmost a špičatost. Šikmost a špičatost jsou charakteristiky tvaru rozdělení náhodné veličiny. Šikmost normálního rozdělení je nulová, špičatost je rovna 3. Místo špičatosti se proto většinou používá koeficient špičatosti, který je u normálního rozdělení nulový. Hodnoty výběrové šikmosti a výběrového koeficientu špičatosti blízké nule tedy svědčí pro normální rozdělení. K testu normality se využívají standardizované hodnoty těchto charakteristik, které mají přibližně normované normální rozdělení.

Kromě testů založených zvláště na výběrové šikmosti nebo špičatosti existují testy, jejichž testová statistika zahrnuje obě tyto charakteristiky, tzv. omnibus testy, například test, který navrhli Jarque a Bera (1987) nebo D'Agostinův-Pearsonův test (D'Agostino, 1971). Statistiky obou testů mají přibližně chí-kvadrát rozdělení s dvěma stupni volnosti.

2.1.2 Grafické metody

Výsledky měření se často zobrazují v podobě histogramu. K ověřování tvaru rozdělení se tento nástroj popisné statistiky příliš nehodí; rozhodování o podobnosti s křivkou hustoty

¹ Indexem v závorce značíme pořadí hodnoty.