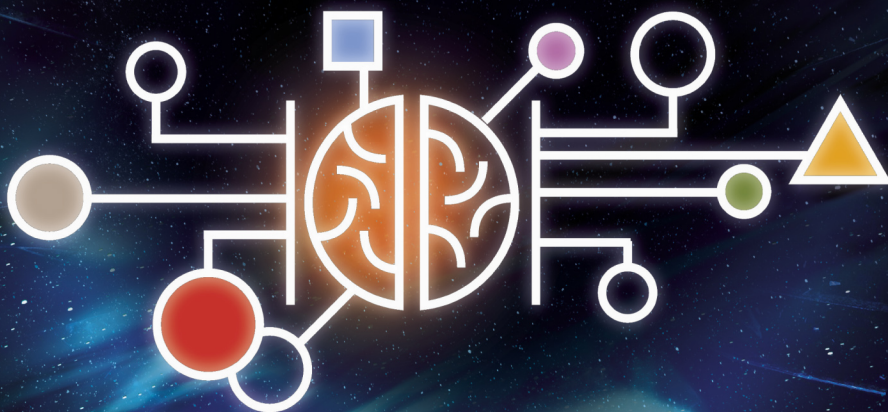


Radek Pelánek

Hlavalamikon

Sbírka hlavalamů, hádanek,
šifer a logických úloh



computer
press®

Radek Pelánek

Hlavlamlkon

**Computer Press
Brno
2014**

Hlavalamikon

Radek Pelánek

Obálka: Martin Sodomka

Odpovědný redaktor: Libor Pácl

Technický redaktor: Jiří Matoušek

Objednávky knih:

<http://knihy.cpress.cz>

www.albatrosmedia.cz

eshop@albatrosmedia.cz

bezplatná linka 800 555 513

ISBN 978-80-251-4303-2

Vydalo nakladatelství Computer Press v Brně roku 2014 ve společnosti Albatros Media a. s. se sídlem Na Pankráci 30, Praha 4. Číslo publikace 18637.

© Albatros Media a. s. Všechna práva vyhrazena. Žádná část této publikace nesmí být kopírována a rozmnožována za účelem rozšiřování v jakékoli formě či jakýmkoli způsobem bez písemného souhlasu vydavatele.

1. vydání

 **ALBATROS** MEDIA a. s.

Obsah

Úvod	5
1 Typy úloh a jejich přínos	7
Pojmy	7
Přínos hlavolamů	9
Příklady	11
2 Obtížnost úloh	13
Obtížnost a motivace	13
Obtížnost odhadování obtížnosti	14
Aspekty obtížnosti	16
Značení obtížnosti v knize	17
Nápovědy	19
3 Využití úloh	21
Drobné aktivity	21
Struktura velkých her	22
Lineární hra	23
Hvězdicovitá hra	26
Výběr úloh	28
4 Bludiště	31
Základní pojmy	31
Variace na bludiště	34
Bludiště ve velkém	36
Zadání úloh	39
5 Přesuny a postupy	47
Přesuny	47
Vymýšlení postupů	52
Hry a herní situace	54
Zadání úloh	56

6 Logika a úlohy s čísly	71
Výroková logika	71
Latinské čtverce	73
Umísťování do mřížky	76
Početní úlohy	77
Doplňování vzorů a řad	79
Zadání úloh	81
7 Geometrické hlavolamy	99
Skládačky s navazujícími dílky	99
Skládání tvarů	102
Rozdělování obrazce	106
Problémy se sirkami	107
Zadání úloh	109
8 Šifry	121
Transpozice	121
Substituce	124
Kódování	127
Grafické šifry	130
Skrývání	130
Zadání úloh	134
9 Jazykové a vědomostní úlohy	163
Hádanky a poznávačky	163
Popisy a indície	165
Slovní hrátky	166
Vědomostní úlohy	168
Zadání úloh	169
Řešení	193
Bludiště	193
Přesuny a postupy	195
Logika a úlohy s čísly	201
Geometrické hlavolamy	209
Šifry	215
Jazykové a vědomostní úlohy	225
Poděkování	233
Zdroje	235
Rejstřík	237

Úvod

Název knihy je kombinací slov hlavolam a lexikon (naučný slovník, slovní zásoba) a odráží její charakter – jde o přehled hlavolamů. Stejně jako je neobvyklý název, jde o neobvyklou sbírku. Kniha je určena nejen těm, kdo si chtějí sami doma potrénovat myšlení, ale i těm, kdo chtějí potrápit hlavu ostatním nebo zorganizovat společné luštění – tedy například rodičům, učitelům, vedoucím dětských oddílů nebo organizátorům zážitkových akcí pro dospělé.

Hlavolamy mají velmi dobrý potenciál pro společenské využití a tento potenciál nebývá dostatečně využit. Proto je právě důraz na *kolektivní využití* hlavolamů jedním ze specifik knihy. Kniha uvádí jak obecné principy využití hlavolamů ve hrách, tak dílčí rady ke každému typu úloh. U mnoha úloh jsou uvedeny náměty na realizaci úloh „ve velkém“, kdy například místo figurek na šachovnici používáme lidské figurky pohybující se po louce. Tento způsob provedení často dává úlohám novou dimenzi. Zadáání, která jsou snadná na papíře, se často při provedení naživo stanou zajímavějšími a náročnějšími.

Na rozdíl od většiny sbírek, které se zaměřují na jeden druh úloh, se tato kniha vyznačuje velkou *pestrostí* úloh a širokým záběrem zahrnujícím logické úlohy, slovní hádanky či bludiště. Poměrně velký prostor je věnován netradičním šifráům, které téměř nejsou v jiných knihách zastoupeny. Důraz na pestrost má mimo jiné i pedagogické důvody – člověk se naučí více řešením úloh různých typů než řešením devadesáti sudoku.

I přes široký záběr kniha rozhodně není vyčerpávající encyklopedií hlavolamů. Důraz je kladen na praktickou použitelnost, nikoliv na úplnost. U vybraných typů úloh je uveden jen výběr reprezentativních příkladů a některé typy úloh nejsou uvedeny vůbec (například fyzické hlavolamy). Výběr úloh je řízen především snadností použití. Priorita je dána úlohám s jednoduše formulovatelným zadáním a se způsobem realizace, k němuž stačí minimální pomůcky (typicky tužka a papír). Většina typů úloh také nevyžaduje žádné speciální znalosti a obsahuje dílčí zadání rozličné obtížnosti, díky čemuž jsou úlohy použitelné pro širokou populaci řešitelů.

Další specifikum knihy je důraz na informace o *obtížnosti* úloh. Častou chybou sbírek úloh je míchání lehkých a obtížných úloh bez pořádného označení, což je pro řešitele demotivující a komplikuje to hledání vhodného zadání pro společenské využití úloh. V této knize je kladen důraz na jasné označení obtížnosti úloh. U většiny typů úloh jsou pak k dispozici zadání na široké škále obtížnosti od velmi jednoduchých až po hodně těžké. Jedna celá kapitola je věnována obecným principům souvisejícím s nastavením obtížnosti úloh, průběžně jsou pak uváděny specifické komentáře k obtížnosti jednotlivých typů úloh.

Kromě popisu principů úloh a námětů na jejich využití obsahuje kniha také různé *zajímavosti*, které jsou typograficky odlišeny, protože tvoří drobné odbočky od hlavního toku textu. Zajímavosti se týkají například původu úloh sahajícího daleko do historie nebo souvisejících historek či legend. Další zajímavosti se týkají využití úloh ve výzkumu – mnoho hlavolamů se používá pro výzkum lidského myšlení.

Knihla zcela záměrně neobsahuje rady typu „jak řešit“. Když si člověk přečte například rady k tomu, jak řešit sudoku, a pak tyto rady používá při řešení, jistě si tím trochu cvičí logické myšlení. Přínosnější a zajímavější je však setkání s novým typem úlohy a vymyšlení, jak k němu přistoupit. Místo návodů na řešení jsou tedy v dostatečné míře zastoupena lehká zadání, která jsou řešitelná i bez návodů a lze na se na nich učit principy řešení úloh.

Úvodní část knihy se zabývá obecnými principy – pojmy, typy úloh, obtížností a náměty k využití úloh v rámci her. Druhá část knihy obsahuje kapitoly věnované dílčím typům úloh. V každé kapitole jsou vždy nejprve popsány principy zadání, které jsou ilustrovány na jednoduchých příkladech. Popis úloh je prokládán radami ke kolektivnímu využití úloh a různými zajímavostmi. Na konci každé kapitoly jsou pak zadání – pro každý typ úlohy je vždy uvedena sada zadání rozličné obtížnosti.

Řešení úloh ze všech kapitol jsou uvedena společně na konci knihy. Míra detailu řešení se liší podle typů úloh – záleží na tom, jak moc jsou řešení užitečná. Většinou je řešení určeno jen pro kontrolu, a je tedy uvedeno jen stručně bez dalšího komentáře (např. odpověď na hádanku, posloupnost tahů). U některých příkladů (typicky u šifer) je však postup rozepsán detailně, protože ilustruje způsob přemýšlení použitý při řešení úlohy, a může tak posloužit jako poučení pro další řešení.

1 Typy úloh a jejich přínos

Co je to vlastně hlavolam? Jaký mají hlavolamy vztah k problémům z výuky a z běžného života? Co trénujeme při řešení úloh?

Dříve než se vrhneme na samotné úlohy a způsoby jejich použití, ujasníme základní pojmy a zamyslíme se nad tím, k čemu vlastně úlohy mohou sloužit.

Pojmy

Pro úlohy, které tvoří náplň této knihy, bohužel v češtině nemáme standardní souhrnný pojem. Například angličtina používá obecné *puzzle*, v češtině však všechny relevantní pojmy, jako jsou hlavolam, rébus, hádanka či logická úloha, mají jen omezený význam a nezahrnují tak širokou množinu úloh jako anglické „puzzle“. Zde budeme v tomto obecném smyslu používat výraz *hlavolam*. Tento pojem má tu nevýhodu, že svádí k omezení na fyzické hlavolamy typu „ježek v kleci“, což je shodou okolností zrovna kategorie úloh, kterou kniha nepokrývá. Z českých pojmů se však zdá „hlavolam“ jako nejvhodnější.

Pojem hlavolam budeme v knize používat velmi volně a obecně. Abychom však alespoň orientačně vymezili význam, v jakém bude toto slovo používáno, použijeme definici hlavolamu od Stana Isaacse: „Hlavolam je zábavný a má správnou odpověď.“ Pro ujasnění srovnáme hlavolamy s úlohami, které splňují pouze polovinu této definice. Mezi úlohy, které „mají správnou odpověď“, ale nejsou zábavné“, patří třeba úlohy z matematiky, které mají jasnou správnou odpověď, většinu lidí však jejich řešení příliš nebaví. Na druhou stranu úlohy, které „jsou zábavné, ale nemají správnou odpověď“, jsou například kreslení mimozemšťana, vymýšlení pohádky o Zelené karkulce nebo stavění přehrad na potoce.

Pojmem hlavolam v této knize označujeme širokou škálou rozmanitých úloh. Pro dílčí skupiny úloh pak budeme používat pojmy s užším významem. *Logická úloha* je úloha, u které je jasně řečeno, jaká jsou pravidla a jaký je cíl, a úkolem je „pouze“ najít řešení. *Hádanka* je úloha, kde nejsou vymezena

Tabulka 1: Dobře a špatně strukturované problémy

	pravidla	cíl	hlavolamy	běžný život
dobře strukturované problémy	jasná	jasný a jednoznačně vyhodnotitelný	sudoku	vyúčtování nákupu
			bludiště	plánování cesty
			křížovky	vyhledávání na internetu
↓	vymezená, ale široce otevřená	není zřejmý, ale je objektivně kontrolovatelný	šifry	oprava přístroje
			hádky	úpravy bytu
			vymyšlení vlastních úloh	řešení osobního konfliktu
špatně strukturované problémy	volná	subjektivní		

pravidla a úkolem je uhádnout, co má autor na mysli, pokud však najdeme řešení, jsme si celkem jisti, že je úloha vyřešena. *Šifra* je zadání (např. obrázek nebo sekvence symbolů), které pomocí vnitřní skryté logiky nese smysluplnou zprávu, přičemž však není jasné, jak tuto zprávu odhalit a jaké informace a postupy při tom použít.

Hlavolamy mají blízký vztah k pojmům, které se standardně používají v kognitivní psychologii. *Dobře strukturované problémy* mají jasná pravidla a jednoznačně stanovený cíl, u kterého lze snadno vyhodnotit jeho naplnění. *Špatně strukturované problémy* mají pravidla velmi volná a otevřená a splnění cíle je subjektivní. Mezi těmito extrémy existuje plynulý přechod. Tabulka 1 ukazuje příklady hlavolamů i problémů z běžného života a jejich přibližné zařazení v rámci tohoto přechodu.

Většina hlavolamů je dobře strukturovaná, celkově však hlavolamy pokrývají širokou škálu uvedeného spektra. Tím tvoří zajímavý doplněk ke „školním“ problémům. Například v matematice a fyzice jsou totiž tradiční školní problémy téměř všechny dobře strukturované – mají jasně formulovaný cíl, jsou dány všechny potřebné informace a žádné redundantní, z kontextu je většinou jasné, jaký postup při řešení použít. Dříve bylo rozumné soustředit se ve výuce na řešení takových problémů, protože odpovídaly tomu, s čím se lidé v práci setkávali. Mnoho lidí mělo celý život jednu práci s jasnými postupy a úkoly, při které řešili poměrně dobře strukturované problémy.

Dnes však většina lidí musí při své práci samostatně řešit problémy, které nejsou dobře strukturované. Často mají problémy podobné charakteristiky jako například šifry: cíl je vcelku jasně definován, ovšem není jasné, jaké jsou

relevantní informace, a jaké použít znalosti a postupy. U šifer je cílem přijít na skrytou zprávu; u reálných problémů to může být například oprava porouchaného přístroje, účinná propagace akce, řešení programátorského problému či obecně splnění úkolu od nadřízeného.

Z uvedených důvodů se různé hlavolamy někdy používají i při přijímacích pohovorech. Pověstné je jejich využití u společností, jako je Google či Microsoft. Existují i celé knihy, které radí uchazečům o práci, jak u takových pohovorů uspět. Přínos využití hlavolamů v tomto kontextu je ovšem sporný. Schopnosti jako například kreativita, k jejichž testování se hlavolamy využívají, jsou v omezeném čase daleko hůře testovatelné než třeba technické dovednosti. Úspěch v řešení hlavolamů, zvláště těch, které se zaměřují na netradiční formy myšlení, může do velké míry záviset na štěstí. Nicméně pokud se hodnotitel pohovoru zaměřuje nejen na konečný výsledek, ale i na průběh řešení a způsob uvažování o problému, lze z řešení hlavolamů získat zajímavý vhled do kandidátova způsobu myšlení.

Přínos hlavolamů

Podle výše uvedené pracovní definice by hlavolamy měly být zábavné, a jejich přímočaré využití tedy je k zabavení, ať už sebe nebo ostatních. Hlavolamy však mají rozhodně i přínos pro rozvoj myšlení a trénink řešení problémů. Tento přínos hlavolamů se občas přeceňuje, v některých aspektech je zase naopak nedocenený.

Popisy přínosu hlavolamů se většinou soustředí na rozvoj logického myšlení, ať už jde o deklarace výrobců hraček pro děti nebo knih o sudoku pro dospělé. Tento přínos nemusí být tak výrazný, jak se tváří reklamní slogany. Je totiž poměrně náročné prokázat „přenos“, tedy to, že naučené dovednosti se přenáší z jednoho problému do jiného, například že řešení sudoku vede k lepšímu použití logiky v běžném životě nebo alespoň u jiné logické úlohy.

Nedá se realisticky očekávat, že by řešení hlavolamů člověka výrazně posunulo v nějaké konkrétní oblasti. Na druhou stranu hlavolamy lze využít k dílčímu tréninku nejen logického myšlení, ale i mnoha dalších schopností a u některých z nich je přínos možná výraznější než u logického myšlení – například pro trénink organizace práce při řešení problémů nebo pro týmovou spolupráci. Způsob provádění analýz u šifer není přímo použitelný, když zkoušíte přijít na to, proč nefunguje auto. Nicméně řešení šifer vede k osvojení pravidla „po chvíli se zastav, vyhodnoť dosavadní postup, zkus se zamyslet znovu a klidně začni od začátku“ – a toto pravidlo je docela přímo aplikova-

telné v mnoha jiných situacích, například při zmíněných problémech s autem. Samozřejmě i zde však platí, že „přenos“ zdaleka není přímočarý.

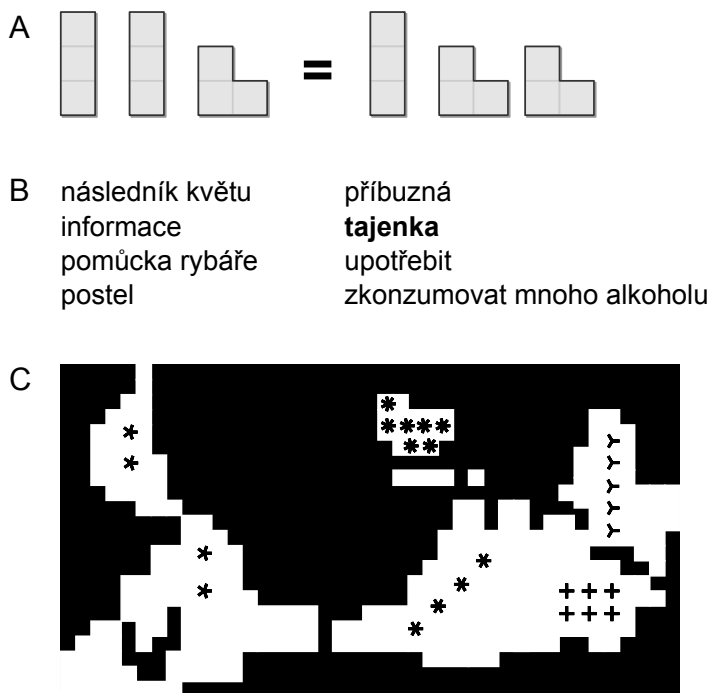
Podívejme se nyní trochu systematicky na to, jaké oblasti hlavolamy procvičují a k čemu se který typ hlavolamu hodí. Nejpřímochařejší přínos hlavolamů spočívá v rozvoji *logického myšlení* pro řešení dobře strukturovaných problémů. Takové myšlení procvičují zejména logické úlohy, které využívají abstraktní symboly a pravidla nezávislá na konkrétních znalostech (typickým příkladem je sudoku). Alespoň částečně se však logické uvažování využívá téměř u všech uvedených úloh. Ve většině případů jde o rozvoj deduktivního myšlení, nicméně některé úlohy se zaměřují i na induktivní myšlení (více o tomto rozdílu viz str. 79).

Další oblast rozvíjená hlavolamy je *prostorová představivost*, konkrétně pak schopnost představovat si manipulaci s objekty a udržet v paměti prostorové informace a také schopnost orientovat se v prostoru. Tyto dovednosti procvičují bludiště, a to hlavně v provedení „ve velkém“, a dále geometrické hlavolamy.

Obecnější dovedností, kterou trénují hlavolamy, je *systematičnost* – organizace postupu, analýza problému, metodická práce. Například u řešení šifer může být nezbytné všimnout si pravidelnosti v zadání typu „součet čísel na řádku je vždy 26, což je počet písmen abecedy“. Teprve po provedení takové analýzy je možné se posunout dál. Podobně při opravování porouchaného přístroje nejdřív musíme analyzovat pravidelnosti v chování a pak na základě toho usuzovat o problému. Součástí systematičnosti je i kontrola postupu – nezaseknout se při řešení v jedné slepé větvi, být schopen se pravidelně zastavit, zhodnotit dosavadní postup, a pokud nikam nespěje, zkusit začít znovu s jiným nápadem.

Komplementární k systematičnosti je *laterální myšlení*. V protikladu k „vertikálnímu myšlení“, kdy postupujeme logicky krok po kroku a zanořujeme se do problému do hloubky, laterální myšlení je schopnost jít „do šířky“, dívat se na problém z mnoha různých pohledů. Často nám při řešení hlavolamů i reálných problémů nepomohou analýzy, ale musíme se umět podívat na problém ze správného pohledu, případně musíme přijít na to, co z toho, co známe, je pro daný problém relevantní a jak to můžeme využít. Tento typ myšlení procvičují především šifry a hádanky.

Mnoho poznámek v této knize se zaměřuje na to, jak zpracovat úlohy „ve velkém“ pro týmy řešitelů. Je to proto, že jeden z významných přínosů hlavolamů je rozvoj *týmové spolupráce*. Přestože většina uvedených úloh není v principu „týmová“, dají se velmi přirozeně využít v rámci týmových aktivit a velmi dobře fungují pro trénink týmové komunikace a koordinace. Konkrétní týmová dovednost, která se velmi dobře procvičuje především u řešení šifer, je sdílení nápadů. Pro většinu lidí je obtížné sdílet nahlas svoje nedotažené



Obrázek 1: Ilustrace různých typů úloh a stylů myšlení

nápady a pozorování. Sdílení myšlenek se nelze naučit tak, že vám někdo bude říkat, že je to užitečné. Při řešení šifer se to lze celkem přirozeně učit. Lidé zjistí, že když občas řeknou nahlas nápad, který nikam nevede, nic hrozného se nestane a nikdo se jim nevysměje, a získají zkušenost, že občas řeknou nápad, který pak někdo jiný dotáhne, a dosáhne se tak úspěchu. Tato pozitivní zkušenost může dodat odvalu i při řešení jiných problémů. Schopnost sdílet nápady a stavět na nápadech ostatních patří mezi důležité charakteristiky, které odlišují úspěšné a neúspěšné týmy jak ve hře, tak na pracovišti.

Příklady

Tato kapitola byla doposud poměrně abstraktní, podívejme se tedy na závěr na několik konkrétních příkladů uvedených na obrázku 1, na kterých ilustrujeme uvedené principy.

Úloha A je skládačka, ve které máme dány dvě skupiny dílků a úkolem je poskládat z obou stejný útvar. Tato úloha přímočaře procvičuje prostorovou představivost, kromě toho ovšem také vyžaduje částečně i laterální myšlení.

K vyřešení úlohy totiž musíme překonat i typický mentální blok, že výsledné řešení musí tvořit souvislou plochu. Jediné řešení, které úloha má, totiž obsahuje „díru“ uprostřed.

Úloha B je variací na křížovky. Stejně jako klasické křížovky pro odhalení významu nápověd vyžaduje verbální dovednosti a znalosti. Protože zde však na rozdíl od klasické křížovky není uvedeno, kam máme výsledky zapisovat, je potřeba využít i trochu analýzy (všimnout si, že hodně nápověd vede na slova délky 4) a dostat nápad (jde o křížovku 4×4 s přeházenými nápovědami).

Úloha C je šifra, která kóduje jedno slovo. Hlavní pointa úlohy spočívá v aplikaci laterálního myšlení – musíme se umět na zadání podívat správným pohledem, a to dvojité invertovaně (obrátit vzhůru nohama a přehodit černou a bílou). Pak dostaneme schematickou, ale jasnou mapu světa. Pro dořešení úlohy je potřeba trocha analýzy, například všimnout si, že počty nožiček u hvězdiček tvoří plynulou posloupnost od 3 do 7. Počty nožiček u hvězdiček udávají pořadí čtení, počet hvězdiček udává, kolikáté písmeno z názvu kontinentu bereme. Řešení je „Karel“.

Řešení této šifry vyžaduje použití znalostí (tvary a názvy kontinentů). Obtížnost úlohy ale nespočívá v komplikovanosti této znalosti, ale v umění rozpoznat, že zrovna tato znalost je v tuto chvíli potřeba. Toto „hledání relevantní znalosti“ je poměrně užitečné trénovat. Na rozdíl od vyhledání konkrétní informace tohle za nás Google neudělá.

2 Obtížnost úloh

Jak souvisí obtížnost úloh s motivací? Proč je těžké odhadnout obtížnost úlohy? Co to vlastně znamená obtížnost úlohy? Jak je obtížnost značena v této knize? Je dobrý nápad regulovat obtížnost pomocí náповěd?

Specifikum této knížky je velký důraz na obtížnost úloh. Předtím, než se zanoříme do studia konkrétních úloh a jejich využití, prozkoumáme obecné metodické aspekty související s obtížností.

Obtížnost a motivace

Volba úloh vhodné obtížnosti výrazně přispívá k motivaci a k uspokojení z řešení. Vhodná obtížnost problémů je jednou z klíčových podmínek pro dosažení „stavu plynutí“ (flow), což je známý koncept, který popsal Mihály Csíkszentmihály. Ve stavu plynutí je člověk zabrán do činnosti, kterou právě provádí, plně se na ni soustředí a nevíš si toku času. Tento stav může nastat při mnoha různých činnostech, např. při hraní šachů, řízení auta, hře na hudební nástroj, malování či manuální práci. Csíkszentmihály na základě rozsáhlých výzkumů určil faktory, které napomáhají dosažení stavu plynutí, a zjistil, že právě vyváženost obtížnosti činnosti a schopností člověka je jedním z klíčových prvků. Pokud jsou schopnosti člověka výrazně nižší než obtížnost činnosti, je úloha stresující. Pokud jsou schopnosti naopak výrazně vyšší, je řešení úlohy nudné a jen těžko se do ní řešitel dostatečně ponoří.

Překážka s vhodně nastavenou obtížností funguje jako zdroj vnitřní motivace – úlohu řešíme proto, že ji vnitřně chceme vyřešit, nikoliv kvůli vnějším podnětům (např. odměna, trest).

Srovnáme „motivaci obtížností“ s jiným často používaným způsobem – „motivací příběhem“, tj. motivování úlohy zasazením do příběhu, vyráběním vhodných kulis, kostýmů a podobných prvků. Příběhová motivace má rozhodně svoje místo, například při pocitových programech pro děti nebo u her s psychologickým podtextem, kde je vtažení do příběhu klíčové. Pokud však

chystáme program zaměřený na překonávání překážek a řešení problémů, volba vhodné obtížnosti je výraznějším motivačním faktorem než příběh.

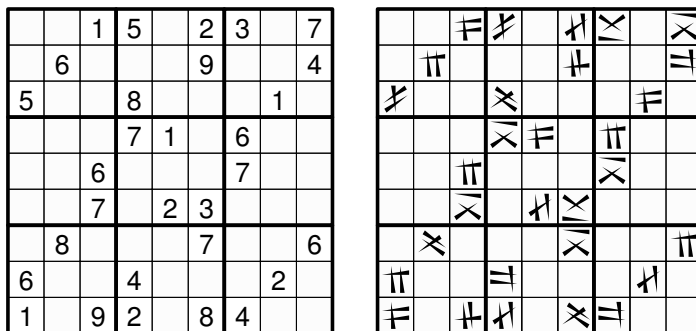
Pro ilustraci uvažme konkrétní příklad: bludiště, ve kterém se pohybuje příšera a ze kterého mají hráči získat pět písmenné heslo. U takového úkolu si můžeme vyhrát s motivačním příběhem (proč je heslo potřeba, co je to za příšeru), prostředím (efektně vypadající bludiště) a kostýmem příšery. Pokud se však nebudeme dostatečně soustředit na dobré vyladění obtížnosti úlohy, je pravděpodobné, že úkol bude buď příliš snadný a nudný, nebo naopak velmi obtížný a deprimující – tyto dojmy pak přebijí i dobrý příběh a prostředí. Naopak pokud obtížnost úlohy vyladíme tak, že je právě na hraně schopností hráčů ji zvládnout, pak bude téměř jistě pro hráče zajímavá a nebude vůbec vadit, že bludiště je z provázků a příšera jen skáče po jedné noze, mává rukama a chrchlá.

Obtížnost odhadování obtížnosti

Odhadování obtížnosti je náročné. Jeden z problémů odhadování náročnosti úloh bývá označován jako „prokletí znalostí“. Lidé podhodnocují obtížnost úloh, u nichž znají řešení, bez ohledu na to, zda úlohu vymysleli, vyřešili nebo si řešení jen přečetli. Intuice tedy často při určování obtížnosti funguje špatně. Při vymýšlení nových úloh je často nejtěžší úlohu vyladit tak, aby byla přiměřeně obtížná. Vymyslet a odladit jednu originální úlohu s dobře nastavenou složitostí zabere asi tak stejně času jako připravit kompletní rozsáhlou tříhodinovou hru pro 30 lidí, která je založena na již ozkoušených úlohách. Obtížnost úloh totiž ovlivňuje mnoho faktorů.

Různá podání stejné úlohy mohou mít výrazně rozdílnou obtížnost. Obrázek 2 ukazuje dvě zadání sudoku. Jedno je zapsáno pomocí klasických čísel, druhé pomocí „runového písma“. Přestože jsou obě úlohy v principu zcela identické, druhá je výrazně náročnější. Jiný známý příklad je úloha Hanojské věže, u které jeden výzkum našel až šestnáctinásobný rozdíl v obtížnosti různých formulací stejného problému (viz str. 51).

Důvodem rozdílů v obtížnosti jsou rozličné nároky na pracovní paměť. Pokud zadání pracovní paměť vytěžuje, zbývá málo kapacity na vlastní řešení, které se tím výrazně komplikuje. Tento faktor je důležité mít na paměti při realizaci úloh „naživo“ nebo za omezených pomůcek. Pro ilustraci si opět můžeme představit sudoku, tentokrát klidně klasické zadání s čísly, ovšem za třech různých podmínek řešení: a) za využití tužky a gumy, b) za využití tlusté fixy, c) z paměti. I snadnou úlohu můžeme změnou podmínek lehce transformovat ve velmi těžký problém.



Obrázek 2: Dvě principem identická zadání sudoku s výrazně rozdílnou obtížností

Často dochází k *rychlé změně obtížnosti* při malých změnách zadání. Například u úlohy sokoban (str. 48) obtížnost prudce roste s přibývajícím počtem bedniček nebo se může výrazně lišit i u velmi podobných úloh (viz konkrétní příklady na str. 62). U hádanek a šifer obtížnost ovlivňují i drobné detaily formulace. Snadno se tak může stát, že chceme mírně zvýšit obtížnost a přestřelíme.

Důležitý je také *kontext*, v jakém je úloha zadána. Konkrétní příklad poskytuje takzvaný „Einstellung efekt“, který byl studován již ve 40. letech na problému s přeléváním vody (viz str. 64). Řešitelé dostali sadu problémů, přičemž řada z nich šla řešit určitým fixním, ale komplikovaným způsobem. Pak následoval problém, který byl řešitelný velmi jednoduše. Většina řešitelů však problém řešila komplikovanou cestou. Jiný názorný příklad vlivu kontextu nabízí „moderní hádanky“ (viz str. 171), jako například následující hádanka: „Bráška je šnek, válí se na rohu ulice, to já letím vzduchem, svištím pod zemí. Pošleš mě – jsem tam hned.“ Pokud řešitel ví, že jde o „moderní hádanku“, je celkem jednoduchá. Když však hádanku předložíme řešiteli uprostřed série klasických lidových hádanek, bude náročná.

Tuto roli kontextu je potřeba mít na paměti při použití příkladů jak z této knihy, tak ze sbírek úloh obecně. Mnoho úloh se zdá jednoduchými v určitém kontextu, ale bez tohoto kontextu mohou být výrazně těžší. To platí typicky pro šifry s asociacemi nebo metafory.

Velkou roli mohou hrát také *rozdíly mezi lidmi*. Úloha, která je jednoduchá pro jednu skupinu lidí, může být náročná pro jinou, především v závislosti na zkušenostech s daným typem úloh, případně v závislosti na znalostech, na kterých je úloha postavena.

Úlohy často neřeší jeden člověk, ale skupina lidí dohromady (viz náměty v další kapitole). Tento aspekt také ovlivňuje obtížnost úloh, ovšem ne přímo-

čáře. U některých úloh řešení v týmu výrazně pomáhá a tým je „více než součet jednotlivců“ – typicky u hádanek, odhalování asociací či u úloh postavených na znalostech. U některých úloh je však tým téměř „roven svému nejlepšímu členu“ – typicky u náročnějších logických úloh.

Jak je vidět, s obtížností úloh je to náročné, nicméně to rozhodně neznamená, že máme házet flintu do žita. Znalost těchto faktorů je důležitá, protože nám říká, na co si máme dávat pozor, a také nám umožňuje s obtížností cíleně manipulovat. Můžeme například vzít relativně jednoduchou úlohu a ztížit ji netradičním podáním nebo netypickým kontextem. To je také důvod, proč jsou v této knize uvedena i některá velmi lehká zadání. Kromě toho, že mohou posloužit pro trénink základních principů, při vhodné úpravě se z nich mohou stát celkem náročné úkoly.

Mnoho aspektů obtížnosti je především záležitostí zkušeností. V této knize jsou alespoň podány podklady tak, aby co nejvíce usnadnily nalezení příkladů té vhodné obtížnosti pro danou příležitost. U jednotlivých typů příkladů je také vždy explicitně upozorněno na faktory, které jsou nejproblematictější a na které je potřeba dát pozor.

Aspekty obtížnosti

Doposud jsme mluvili o obtížnosti úloh jako o „jednorozměrné vlastnosti“, pomocí které můžeme obtížnost úloh přímo porovnávat. Skutečnost je však ještě komplikovanější. Uvažme následující dvě úlohy: 1. *Koruna bez hlavy, bez jazyka rozpráví, necítí, nežije a přec mu srdce bije. Co je to?* 2. *Vypočítejte součet $1321455674 + 54876479456$. Která z nich je těžší?*

To zřejmě nejde říct. Na jednu stranu je těžší výpočet, protože hádanka jde vyřešit za pár vteřin, ale součet každému alespoň chvíli zabere. Na druhou stranu je těžší hádanka, protože se může stát, že nedostaneme ten správný nápad a prostě s ní nehneme, kdežto výpočet součtu by měl zvládnout každý, kdo prošel základní školou.

Ve výzkumu se obtížnost úloh charakterizuje třemi základními parametry: základní náročnost (jak je úloha obtížná pro průměrného řešitele), diskriminace úlohy (jak úloha rozlišuje mezi různě schopnými řešiteli) a náhodnost (jak moc velkou variabilitu mají výsledky i pro řešitele se stejnými výchozími předpoklady).

Pro praktické použití úloh je užitečné především rozlišování mezi „nápadovými problémy“ a „pracnými problémy“. Výše uvedené příklady hádanky a sčítání představují typické ukázky těchto dvou kategorií. Většina problémů leží někde na škále mezi těmito dvěma příklady. Pro základní určení typu

úlohy, a tím pádem i charakteru její obtížnosti a rizikovosti je vhodná otázka: „Je jasné, co se má dělat a jak k řešení přistupovat?“

Pokud je odpověď na tuto otázku „ano“, pak můžeme základní odhad obtížnosti získat klidně testováním „na sobě“. Prostě si projdeme celé řešení ideálním postupem, změříme, jak dlouho nám vyřešení úlohy trvá, a čas vynásobíme vhodnou konstantou (podle typu úlohy 1,5 až 5). Tímto přístupem pochopitelně neodhadneme obtížnost přesně, ale chyba odhadu by neměla být kritická. Pokud však není ze zadání úlohy jasné, jak se má řešit, pak je odhad obtížnosti výrazně náročnější a v tomto případě je velmi vhodné testovat úlohu na někom, kdo není seznámen s řešením.

Zkoumání obtížnosti úloh je předmětem výzkumu především v kontextu testových otázek, kde se tématem zabývá rozsáhlá oblast zvaná „teorie odpovědi na položku“. Obtížností řešení problémů, a to konkrétně i v případě logických úloh, rozebírá například Jarušek, Pelánek (2012).

Značení obtížnosti v knize

Na obtížnost úloh je v této knize kladen velký důraz. Kromě výše uvedeného obecného komentáře jsou principy ovlivňující obtížnost často zmíněny ve slovním komentáři k jednotlivým typům úloh. Obtížnost konkrétních zadání je značena hvězdičkami na škále od 1 do 5. Pokud má úloha varianty podobné obtížnosti, je obtížnost označena souhrnně v záhlaví úlohy. Pokud se obtížnost variant liší, je obtížnost uvedena u každé z nich.

Tabulka 2 uvádí pro jednotlivé počty hvězdiček přibližnou interpretaci obtížnosti. Popis používá pojmy „zkušený řešitel“ a „nováček“. Zkušeným řešitelem se myslí někdo, kdo je s daným typem úloh seznámen a má zkušenosti s řešením podobných úloh a soustředí se pouze na vyřešení konkrétního zadání. Nováček je někdo, kdo se s podobným typem úloh zatím nesetkal. Popis uvádí i časové intervaly, ty je však potřeba brát s rezervou. Platí především pro „pracné problémy“, tedy tam, kde je jasný rámcový postup. U nápadových problémů může být rozptyl časů větší. Značení slouží primárně pro relativní srovnání obtížnosti jednotlivých zadání.

K použití úloh do větších her (viz další kapitola) se hodí především úlohy s obtížností okolo tří hvězdiček. Jednohvězdičkové úlohy jsou pro soutěžní použití příliš snadné. Dvouhvězdičkové jsou vhodné do her pro děti, případně jako rychlé stanoviště pro dospělé. Tříhvězdičkové jsou tak akorát, čtyřhvězdičkové jsou pro děti již příliš obtížné a i pro dospělé mohou znamenat náročnější stanoviště. Pětihvězdičkové úlohy jsou stále řešitelné i pro normální

Tabulka 2: Značení obtížnosti úloh

★	<i>Velmi jednoduchá úloha.</i> Zkušený řešitel by měl úlohu vyřešit do 2 minut, i pro nováčka by měla být úloha snadná. Vhodné využití – jako rozcvička nebo demonstrace principů úloh.
★★	<i>Jednoduchá úloha.</i> Zkušenému řešiteli by řešení mělo zabrat přibližně 2–5 minut, i nováček by úlohu měl vyřešit bez větších problémů.
★★★	<i>Středně těžká úloha.</i> Úloha už může vyžadovat netriviální nápad. Zkušený řešitel už na řešení úlohy může potřebovat 5–15 minut, pro nováčka může být úloha oříšek.
★★★★	<i>Těžká úloha.</i> Zkušený řešitel už se musí pořádně soustředit a úloha mu zabere asi 15–30 minut, případně potřebuje dobrý nápad. Pro nováčka již může být příliš těžká.
★★★★★	<i>Velmi těžká úloha.</i> I zkušenému řešiteli řešení může zabrat více jak 30 minut, u nápadových úloh se snadno může stát, že i zkušený řešitel úlohu nevyřeší.

lidi – to mimochodem není úplně samozřejmé, někdy bývají ve sbírkách úloh pod nejvyšším stupněm obtížnosti uvedeny úlohy, které jsou pro normální smrtelníky prakticky neřešitelné. Nicméně pro využití do her jsou pětihvězdičkové úlohy nevhodné. Při jejich případném použití je vhodné mít v záloze nápovědu nebo mít opravdu dobře rozmyšleno, co děláte.

Protože jsme před chvílí rozebrali, jak je náročné obtížnost úloh určovat, může mít čtenář důvodné pochybnosti o autorově schopnosti správně klasifikovat obtížnost všech úloh. Z čeho tedy odhady obtížnosti čerpají? Část úloh je použita v Tutor systému (tutor.fi.muni.cz), u těchto úloh jsou k dispozici rozsáhlá data o řešení desítek až stovek řešitelů pro každé zadání, takže odhad obtížnosti je zde dobře podložený. Mnohé příklady, především šifry, byly využity v různých hrách a soutěžích. Hodně uvedených šifer například bylo původně použito ve hře Sendvič, kde každý příklad řeší stovky lidí. U některých dalších úloh byly provedeny „neformální experimenty“, ať už skrze internet nebo na „náhodných kolemjdoucích“. Zůstává ale i část úloh, kde odhad obtížnosti čerpá pouze z autorova testování „na sobě“ či z jeho intuice.

Kniha tedy může poskytnout dobrou základní orientaci v obtížnosti úloh, rozhodně ji však nelze brát dogmaticky. Nejen proto, že se může stát, že autor se v označení obtížnosti některé úlohy spletl, ale i proto, že obtížnost úloh není absolutní, ale závisí, jak bylo uvedeno výše, i na konkrétních okolnostech řešení a na znalostech řešitele.

Nápovědy

Náročnost určování obtížnosti můžeme trochu obejít tím, že dáme řešitelům k dispozici nápovědy. V příští kapitole rozebereme praktické aspekty použití nápověd (realizace, zapojení do hry), zde se podíváme na metodické aspekty. Nápovědy by měly být chápány především jako „pojistka“ pro nežádoucí průběh, a nikoliv jako standardní prvek řešení úloh nebo náhrada za kvalitní výběr úloh či určení obtížnosti. Nápovědy totiž přináší několik nevýhod. Především snižují uspokojení z řešení úloh a z něj pramenící vnitřní motivaci, protože samostatné kompletní vyřešení úlohy je vždy uspokojivější než řešení s nápovědou. Mnoho řešitelů má však slabou vůli, a pokud jsou nápovědy snadno k dispozici, čerpají je příliš brzy bez toho, aby se pokusili problém sami pořádně vyřešit. Nevhodná nápověda také může řešitele spíše rozladit než motivovat k dalšímu postupu – takovou nevhodnou nápovědou může být třeba nápověda na něco, co již řešitel ví, nebo naopak nápověda, která je pro řešitele nepochopitelná.

Určit, kdy a jakou nápovědu dát, je do značné míry umění. Pokud potřebujeme řešiteli dát nápovědu, pak je ideální, když to není prozrazení pointy, ale nasměrování typu „tohle děláš dobře, zkus se nad tím víc zamyslet“, tedy aby řešitel měl i po vyřešení úlohy s nápovědou pocit, že většinu řešení zvládl sám. Pro takovou nápovědu je však nutné řešitele sledovat po celou dobu řešení.

Pokud chystáme program pro větší skupinu hráčů, není většinou možné dávat jim individuální a adaptabilní nápovědu a místo toho musíme připravit nápovědu dopředu. V takovém případě je vhodné stanovit nápovědu na základě pozorování někoho při řešení úlohy (případně alespoň na základě soupisu řešení) a zvolit nápovědy pro klíčové kroky postupu. Je chybou připravovat úlohu tak, aby se dobře chystala nápověda – úloha samotná bez nápovědy pak může být neřešitelná nebo neelegantní. Cílem by vždy mělo být připravit řešitelům úlohy adekvátní obtížnosti a nápovědy chápat pouze jako zmíněnou „pojistku“.

Problematika nápověd a jejich čerpání se netýká jen her a logických úloh, ale je klíčová například i v oblasti počítačových inteligentních výukových systémů. V těchto systémech mají studenti často za úkol řešit zadané problémy, přičemž pokud se při řešení zaseknou, mají možnost vzít si nápovědu. Někteří studenti ovšem místo toho, aby přemýšleli a řešili úlohy, jen klikají na nápovědy. S nápovědami zde souvisí řada zajímavých výzkumných otázek, například jaké nápovědy jsou nejúčinnější, jak časovat nápovědy, nebo jak detekovat zneužití nápověd.

3 Využití úloh

Jak můžeme využít hlavolamy v rámci her a soutěží? Do jakých typů her lze hlavolamy zapojit? Jak nastavit parametry hry? Jak vybrat vhodné úlohy?

Hlavolamy, hádanky, logické úlohy, šifry a podobné úlohy můžeme zakomponovat do mnoha druhů aktivit a lze je snadno zapojit do téměř libovolného motivačního rámce – od hledání pokladu v pohádkové zemi (zadání úloh na svítících, osoby v hábitech) až po moderní špiónské či hackerské prostředí (tajné agentury, počítače, prolamování hesel). Specifické rady pro ztvárnění jednotlivých typů úloh jsou uvedeny vždy v příslušné kapitole. Zde se podíváme na obecné principy využití hlavolamů a na to, jak připravit rozsáhlou hru postavenou primárně na hlavolamech.

Drobné aktivity

Nejsnadnější způsob využití hlavolamů je v rámci jednoduchých drobných aktivit, například:

- *Na cestě.* Úlohy zadáváme slovně při čekání na nádraží, cestování vlakem či na procházce. Řešitelé řeší úlohy z hlavy, každý pro sebe nebo kolektivně, bez soutěžního nádechu.
- *Vyplnění mezery.* Dopředu si připravíme kopie zadání. Pokud vznikne na akci mezera (například čekání na oběd), stačí zadání rozdat.
- *Intelektuální rozcvička.* Opět si připravíme kopie zadání úloh, a ty pak ráno rozdáme účastníkům akce rovnou do postele (místo fyzické rozcvičky).

Trochu větším blokem pak může být například *řešitelský večer*. Vybereme vždy několik spíše jednoduchých úloh na jedno téma a dáme je kolektivu k řešení. Tematické bloky úloh prokládáme zpěvem písniček. Řešení úloh pojímáme mírně soutěžně ve stylu „kdo první vyřeší úlohu, dostane sušenku“ nebo „kdo vyřeší úlohu během 3 minut, jde do slosování o cenu“.

Kromě využití připravených úloh je zajímavou aktivitou i *vymýšlení vlastních zadání* a vzájemné řešení. K vymýšlení vlastních zadání jsou vhodné pře-

devším hádanky a šifry. Každý hráč dostane za úkol vymyslet úlohu, která bude elegantní (např. rýmovaná hádanka, pěkně graficky ztvárněná šifra) a současně vhodně obtížná. Úlohy pak hráči vzájemně řeší. Aktivitu můžeme pojmut i soutěžně za použití následujícího hodnotícího systému. Hráči získávají body za vyřešené úlohy. Každý navíc dostává body i za svoji úlohu, a to podle toho, kolik ostatních ji vyřešilo. Nejvíce bodů autor získá, pokud úlohu vyřeší polovina řešitelů, tj. úloha je obtížná tak akorát. Pokud je úloha příliš lehká nebo těžká a vyřeší ji všichni nebo nikdo, získá jen málo bodů. Dále můžeme přidělit též body za estetiku či eleganci, např. každý hráč vybere tři úlohy, které se mu nejvíce líbí.

Struktura velkých her

Hlavolamy lze přirozeně využít pro zajímavé „úkolové“ hry. Podoba takových her může být na první pohled velmi rozmanitá. Může jít o drobné odpolední zpestření pro děti, kde úkoly jsou na 5 minut a nachází se v okolí 100 metrů od chalupy. Může jít ale třeba také o několikadenní akci pro dospělé, s velmi náročnými úkoly a přesuny autem. Základní principy realizace jsou však podobné bez ohledu na to, zda je o narozeninovou pokladovku pro dvě tříleté děti nebo noční závod pro tisíce dospělých.

Základní podstata her s využitím hlavolamů bývá „nepřímá soutěž“ – soutěžící se vzájemně přímo neovlivňují, nicméně všichni řeší stejné úkoly, a jejich výkony jsou tedy porovnatelné. Hlavním soupeřem jsou však samotné úkoly a výzva vyřešit toho co nejvíce.

Na využití hlavolamů můžeme postavit dva základní typy her: lineární a hvězdčicovitou. Tyto dva typy her mají různá pravidla, účel i vyznění. U *hry s lineární strukturou* postupují týmy od jednoho úkolu k druhému v pevně daném pořadí. Úkoly není možné přeskočit a řeší je vždy celý tým pohromadě. U *hvězdčicové hry* jsou naopak úkoly na sobě nezávislé, tým může řešit úkoly v pořadí, v jakém si vybere, může se případně i dělit a řešit víc úkolů současně.

Lineární hra klade důraz na společnou práci při řešení úkolu a na překonávání překážek – bez překonání úkolu není možné postupovat dál, a tým tak je silně motivován podat dobrý výkon. Hvězdčicovitá hra naopak klade důraz na taktizování, volbu postupu, dělbu týmu, komunikaci a domluvu.

Lineární hra s dobře vyladěnou obtížností a dramaturgií hry vede k silnějším zážitkům než hvězdčicovitá hra. Lineární hra má však daleko „křehčí“ strukturu – špatný odhad obtížnosti úlohy nebo i drobný organizační problém mohou celou hru výrazně narušit. U lineární hry je tedy nezbytné všechny prvky hry důkladně testovat a jistit, což výrazně zvyšuje náročnost přípravy

Tabulka 3: Srovnání lineární a hvězdicové struktury

	lineární	hvězdicovitá
atmosféra	výzva, překonávání překážek	soutěž, napětí, stres
hodnocení	dostat se co nejdál	nasbírat co nejvíc bodů
týmová práce	společné řešení	dělba práce, komunikace
zážitek	potenciálně silný	jistý, ale ne silný
rizikovitost	křehká	robustní

hry. Hvězdicovitá hra je naproti tomu robustní, případné chyby hry zásadním způsobem nenaruší a jdou snáz řešit v průběhu hry. Hvězdicovitá hra tak poskytuje celkem jistý, ale méně silný zážitek. Tabulka 3 udává shrnutí rozdílů mezi lineární a hvězdicovitou strukturou.

Je samozřejmě možné použít i jinou strukturu, případně prvky lineárních a hvězdicovitých her kombinovat. Obrázek 3 uvádí několik námětů. Ve variantě *sekvenční hvězdy* máme lineární sekvenci velkých stanovišť, z nich každé se skládá z řady dílčích, nezávislých stanovišť. Pro postup z jedné hvězdy do další musí hráči splnit zadané kritérium, typicky například vyřešit zadaný počet úkolů. *Hvězda následovaná lineární sekvencí* docela dobře kombinuje výhody hvězdicové a lineární struktury. Robustní hvězdicové zahájení přináší jistotu zážitku, následný lineární finiš pak gradaci a napětí. *Paralelní větve* využijeme například tehdy, když chceme tým donutit, aby se rozdělil. *Alternativní trasa* se hodí tehdy, pokud máme široké rozpětí schopností soutěžících a chceme nabídnout zajímavý zážitek jak schopným řešitelům (hlavní „těžká“ trasa), tak začátečníkům (alternativní „lehčí“ trasa). Tyto složitější struktury však mají smysl pouze pro rozsáhlé akce (délka hry nad 6 hodin).

Spíše než do struktury hry je vhodné směřovat kreativitu do vymýšlení dílčích úkolů a dobré realizace. Ve většině případů dobře poslouží jeden ze dvou základních typů her v „čisté“ podobě. Nyní se tedy podíváme na lineární a hvězdicové hry podrobněji a zmíníme konkrétní příklady pro inspiraci.

Lineární hra

Základní struktura lineární hry je jednoduchá a byla naznačena výše, Tabulka 4 doplňuje popis o vhodnou volbu parametrů hry. Typickou motivací lineární hry je „cesta“ – hledání pokladu, útěk z vězení, cesta za naplněním přání. Ke hře pasuje mírně tajemná motivace a atmosféra – temný les, industriální předměstí, agenti v černém. Pro lineární hru se hodí především šifry, ale lze využít třeba